

Authors: Β. Ντζιαχρήστος, Σ. Καφούση

Title: Οι μαθηματικές γνώσεις των παιδιών της Γ' τάξης Δημοτικού σχολείου σχετικά με την αξία θέσης ψηφίου, την πρόσθεση και την αφαίρεση τριψηφίων αριθμών.

Abstract: Καταγραφή των μαθηματικών γνώσεων των μαθητών της Γ' τάξης Δημοτικού σχολείου όσο αφορά στην αξία θέσης ψηφίου, στον υπολογισμό αθροισμάτων και διαφορών, καθώς επίσης και στη λύση προβλημάτων πρόσθεσης και αφαίρεσης.

Creator: HDML

**Οι μαθηματικές γνώσεις των παιδιών
της Γ΄ τάξης του Δημοτικού σχολείου
σχετικά με την αξία θέσης ψηφίου,
την πρόσθεση και την αφαίρεση τριψήφιων αριθμών**

Σόνια Καρούση Βαγγέλης Ντζιαχρήστος

Εισαγωγή

Στην παρούσα έρευνα καταγράφουμε τις μαθηματικές γνώσεις των μαθητών της Γ΄ τάξης του Δημοτικού Σχολείου όσον αφορά στην αξία θέσης ψηφίου, στον υπολογισμό αθροισμάτων και διαφορών, καθώς και στη λύση προβλημάτων πρόσθεσης και αφαίρεσης.

Η διερεύνηση των μαθηματικών γνώσεων των μαθητών στην Γ΄ τάξη αποτελεί συνέχεια μιας ευρύτερης έρευνας που έχουμε ξεκινήσει εδώ και τρία χρόνια, προκειμένου να μελετήσουμε τις δυσκολίες που έχουν οι μαθητές σε κάθε τάξη του Δημοτικού Σχολείου στο μάθημα των Μαθηματικών. Ήδη τα αποτελέσματα από τις δυο πρώτες τάξεις του Δημοτικού σχολείου μάς έχουν οδηγήσει στην καταγραφή συγκεκριμένων προβλημάτων που αντιμετωπίζουν οι μαθητές στις τάξεις αυτές, καθώς και στη διατύπωση προτάσεων για τη διαμόρφωση πιο αποτελεσματικών αναλυτικών προγραμμάτων (βλ. Καρούση & Ντζιαχρήστος, 1997 α, 1997 β).

Έρευνες που έχουν γίνει σε άλλες χώρες, έχουν δείξει ότι οι μαθητές της τρίτης τάξης παρουσιάζουν αρκετές δυσκολίες στην κατανόηση της αξίας θέσης και την εκτέλεση της τυπικής διαδικασίας της πρόσθεσης και της αφαίρεσης με πολυψήφιους αριθμούς (Brown et al., 1989- Kouba et al., 1988- Labinowicz, 1985). Όπως επισημαίνει η Fuson (1992), τα παιδιά φαίνεται να χειρίζονται τους πολυψήφιους αριθμούς σαν μια σειρά από μονοψήφιους αριθμούς που ο ένας είναι τοποθετημένος δίπλα στον άλλο, και δεν

αποδίδουν στα ψηφία τους τα νοήματα που αυτά έχουν, σε σχέση με τη θέση που κατέχουν στον αριθμό.

Επιπλέον, αρκετές έρευνες δείχνουν ότι η κατανόηση της αξίας θέσης είναι απαραίτητη προϋπόθεση για την σωστή εκτέλεση του αλγόριθμου της πρόσθεσης και της αφαίρεσης (Cobb & Wheatley, 1988- Fuson, 1992- Kamii, 1986). Οι Jones, Thornton, Putt et al. (1996) τονίζουν ότι όλες οι έρευνες που έχουν γίνει στο χώρο της Διδακτικής των Μαθηματικών συγκλίνουν σε τέσσερα βασικά συστατικά στοιχεία που θεωρούνται απαραίτητα για την κατανόηση της αξίας θέσης. Τα στοιχεία αυτά είναι :

- η αρίθμηση ανά 10 ή ανά 100 (ευθεία ή αντίστροφη),
- η ανάλυση ενός αριθμού με πολλούς τρόπους σε μονάδες διαφόρων τάξεων ,
- η σύνθεση ενός αριθμού με δεδομένο το πλήθος των μονάδων των διαφόρων τάξεων από τις οποίες αποτελείται , και τέλος
- η εύρεση σχέσεων μεταξύ των πολυψήφιων αριθμών.

Η επιτυχής αντιμετώπιση από τους μαθητές δραστηριοτήτων που αναφέρονται στα παραπάνω συστατικά στοιχεία της αξίας θέσης τους βοηθά να κατανοήσουν τις τυπικές διαδικασίες της πρόσθεσης και της αφαίρεσης. Οι αλγόριθμοι των πράξεων αυτών απαιτούν από τα παιδιά να συνειδητοποιήσουν ότι:

- α) προσθέτουμε ή αφαιρούμε μονάδες που πρέπει να ανήκουν στην ίδια τάξη και
- β) την έννοια του κρατούμενου στην εκτέλεση της διαδικασίας της κάθε πράξης.

Οι διαπιστώσεις αυτές επηρέασαν το σχεδιασμό των δραστηριοτήτων που δώσαμε στους μαθητές, καθώς και την ερμηνεία των αποτελεσμάτων.

Μεθοδολογία έρευνας

Στην έρευνα, που πραγματοποιήθηκε στο τέλος της σχολικής χρονιάς 1997-98, συμμετείχαν 173 μαθητές της τρίτης τάξης. Οι μαθητές αυτοί επιλέχθηκαν από διάφορα σχολεία, έτσι ώστε να καλύπτονται τα κοινωνικοοικονομικά επίπεδα του πληθυσμού της χώρας. Στον παρακάτω πίνακα φαίνονται τα σχολεία που συμμετείχαν στην έρευνα.

ΚΑΤΗΓΟΡΙΑ ΣΧΟΛΕΙΩΝ	ΔΗΜΟΤΙΚΑ ΣΧΟΛΕΙΑ	ΑΡΙΘΜΟΣ ΜΑΘΗΤΩΝ
Αστικά	<ul style="list-style-type: none"> Εκπαιδευτήρια «Κωστέα Γείτονα»* Αλσούπολης 	41
Μεσοαστικά	<ul style="list-style-type: none"> Καλλιθέας Εξαρχείων «Μάνεση»* 	78
Εργατικά	<ul style="list-style-type: none"> Ελευσίνας 	42
Αγροτικά	<ul style="list-style-type: none"> Βυλίων 	12

* Ιδιωτικά Δημοτικά Σχολεία

Τα προβλήματα που δόθηκαν στους μαθητές ήταν τα ακόλουθα:

- Ποιον αριθμό μπορείς να φτιάξεις με :
 α) 3 Ε 12 Δ 5 Μ (X10)
 β) 25 Μ 6 Ε 3 Δ (X11)
- Πόσες εκατοντάδες υπάρχουν από το 328 μέχρι το 728; (X12)
- Πόσες δεκάδες έχει ο αριθμός 345; (X13)
- Φτιάξε με τρεις διαφορετικούς τρόπους 845 δραχμές.
Χρησιμοποίησε κατοστάρικα, δεκάρικα και δραχμές. (X14)
- Κάνε τις παρακάτω πράξεις:

α)	$\begin{array}{r} 853 \\ - 427 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 936 \\ - 263 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 704 \\ - 587 \\ \hline \end{array}$
	(X15)	(X16)	(X17)
	$\begin{array}{r} 345 \\ + 428 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 492 \\ + 375 \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{r} 689 \\ + 267 \\ \hline \end{array}$
	(X18)	(X19)	(X20)

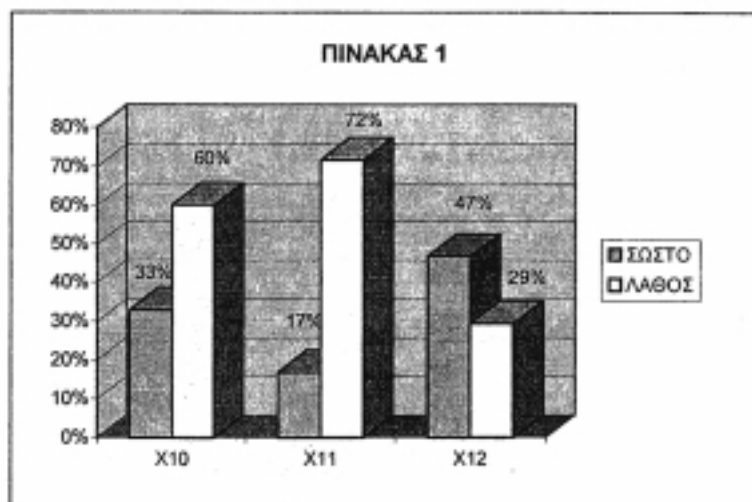
$$\begin{aligned} \beta) \dots + 250 &= 960 & (X_{21}) \\ \dots - 320 &= 110 & (X_{22}) \\ 685 - \dots &= 380 & (X_{23}) \end{aligned}$$

6. Λύσε τα παρακάτω προβλήματα

1. Την περασμένη εβδομάδα, οι μαθητές δύο σχολείων παρακολούθησαν μια θεατρική παράσταση. Το πρώτο σχολείο είχε 387 μαθητές και το δεύτερο είχε 268 μαθητές. Πόσοι μαθητές συνολικά παρακολούθησαν την παράσταση; (X_{24})
2. Ένα έτος έχει 365 μέρες. Οι διακοπές του καλοκαιριού, των Χριστουγέννων και του Πάσχα διαρκούν συνολικά 109 μέρες. Πόσες μέρες πηγαίνουν τα παιδιά στο σχολείο; (X_{25})
3. Ο Γιάννης και ο Κώστας κάνουν συλλογή γραμματοσήμων. Ο Γιάννης έχει 138 γραμματόσημα και ο Κώστας έχει 84 γραμματόσημα περισσότερα από το Γιάννη. Πόσα γραμματόσημα έχει ο Κώστας; (X_{26})
4. Οι μαθητές ενός σχολείου συμμετείχαν στην αναδάσωση του Υμητού. Οι μαθητές της Γ' τάξης φύτεψαν 235 δέντρα, ενώ οι μαθητές της Δ' τάξης φύτεψαν 76 δέντρα λιγότερα. Πόσα δέντρα φύτεψαν οι μαθητές της Δ' τάξης; (X_{27})
5. Ο Νίκος αγόρασε ένα τετράδιο που κόστιζε 480 δραχμές και ένα μολύβι που κόστιζε 218 δραχμές. Έδωσε στον βιβλιοπώλη ένα χιλιάριο. Πόσες δραχμές ρέστα πήρε; (X_{28})

Αποτελέσματα της έρευνας

Στον πρώτο πίνακα φαίνονται τα αποτελέσματα στα δύο πρώτα ερωτήματα της έρευνας.



Είναι φανερή η αποτυχία των μαθητών στη δημιουργία τριψηφίων αριθμών με δοσμένο το πλήθος των μονάδων, των δεκάδων και των εκατοντάδων που αυτοί έχουν. Προκειμένου να απαντήσουν σε αυτά τα ερωτήματα, οι μαθητές θα έπρεπε να ελέγξουν το πλήθος των μονάδων κάθε τάξης για να δουν αν μπορούσαν να οδηγηθούν σε μονάδες μεγαλύτερης τάξης, καθώς και να λάβουν υπόψη τους τη σειρά με την οποία τους δίνανε τις μονάδες κάθε τάξης. Οι πιο πολλοί μαθητές δεν μπόρεσαν να ανταποκριθούν με επιτυχία στις απαιτήσεις των συγκεκριμένων ερωτημάτων. Τα λάθη που έκαναν είναι αποκαλυπτικά για τον τρόπο με τον οποίο έχουν κατανοήσει τη δημιουργία των τριψηφίων αριθμών.

Ειδικότερα, τις λανθασμένες απαντήσεις των μαθητών, στο πρώτο σκέλος του πρώτου ερωτήματος, μπορούμε να τις χωρίσουμε σε τρεις κατηγορίες:

Η πρώτη κατηγορία περιλαμβάνει τις απαντήσεις 3125, 1235, 3512, όπου οι μαθητές έγραφαν στη σειρά τους αριθμούς που έδειχναν το πλήθος των μονάδων κάθε τάξης και προέκυπταν τετραψήφιοι αριθμοί.

Στη δεύτερη κατηγορία ανήκουν απαντήσεις των μαθητών, όπως 317, 326, 20, 632 όπου τα παιδιά προσέθεταν το πλήθος των μονάδων των διαφορετικών τάξεων. Για παράδειγμα, ο αριθμός 317 προκύπτει, αν προσθέσουμε το πλήθος των δεκάδων και των απλών μονάδων ή ο αριθμός 20 προκύπτει αν προσθέσουμε το πλήθος των μονάδων και των τριών τάξεων.

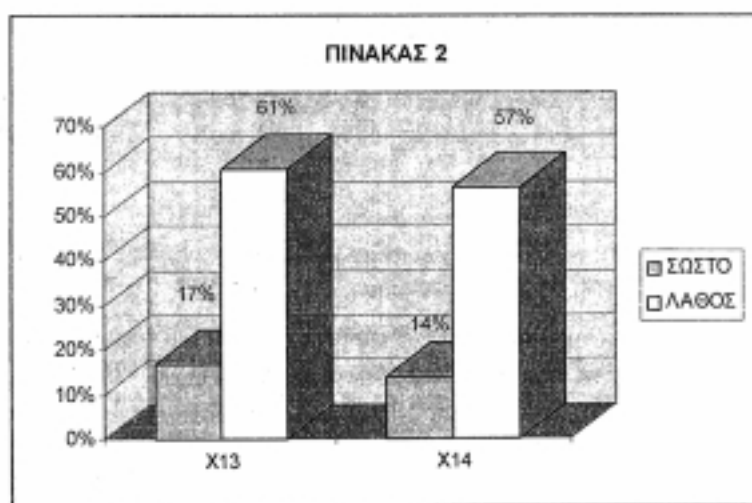
Τέλος, στη τρίτη κατηγορία μπορούμε να κατατάξουμε τις απαντήσεις των παιδιών, που φαίνεται ότι κάποιες μονάδες δεν τις έλαβαν υπόψη τους, για παράδειγμα 125, 312, 512, 315.

Αντίστοιχα, ήταν και τα λάθη των μαθητών στο δεύτερο σκέλος του πρώτου ερωτήματος. Απαντήσεις όπως, 2563, 6325 (α' κατηγορία), 583, 628, 853, 259, 673, 385 (β' κατηγορία) ή 625, 263, 630, 253 (γ' κατηγορία) ήταν οι πιο συνηθισμένες.

Είναι φανερό ότι, για τους μαθητές, οι τριψήφιοι αριθμοί δεν προκύπτουν με κάποιο λογικό τρόπο. Η οργάνωση του δεκαδικού συστήματος αρίθμησης που χρησιμοποιούμε δεν έχει συνειδητοποιηθεί από αυτούς. Τα παιδιά θεωρούν ότι μπορούν να κάνουν πράξεις μεταξύ των αριθμών που δείχνουν τις μονάδες των διαφόρων τάξεων ή να χρησιμοποιούν αυθαίρετα τους αριθμούς αυτούς.

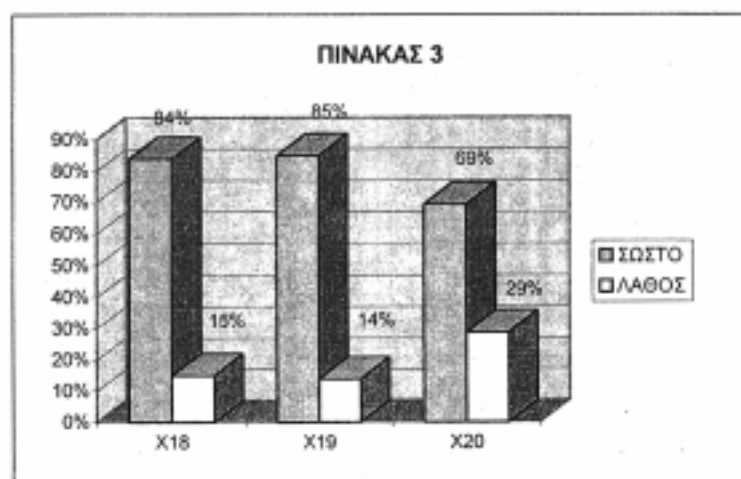
Ακόμη, το μικρό ποσοστό των μαθητών που απαντά σωστά στο ερώτημα 2, που παρουσιάζεται στον ίδιο πίνακα, μας αποκαλύπτει ότι τα παιδιά είτε δεν αριθμούν με άνεση ανά 100 είτε δυσκολεύονται, αφού αριθμήσουν, να μετατρέψουν το πλήθος των απλών μονάδων σε εκατοντάδες. Αξίζει να σημειώσουμε ότι οι συχνότερες λανθασμένες απαντήσεις των μαθητών ήταν οι ακόλουθες: 400, 428, 456.

Στον επόμενο πίνακα βλέπουμε τα ποσοστά επιτυχίας των μαθητών στις δύο επόμενες ερωτήσεις (3 και 4).



Πρέπει να τονίσουμε ότι και εδώ η αποτυχία των μαθητών είναι πολύ μεγάλη. Στην ερώτηση 3, οι πιο πολλοί μαθητές έδωσαν την απάντηση 4 ή την απάντηση 40, ενώ στο πρόβλημα 4 ελάχιστοι μαθητές μπόρεσαν να μας δώσουν τρεις διαφορετικούς και σωστούς τρόπους για την κατασκευή 845 δραχμών. Οι περισσότεροι μαθητές κατέγραψαν μόνο ένα τρόπο λύσης του προβλήματος, 8 κατοστάρια, 4 δεκάρια και 5 δραχμές. Οι μαθητές δεν είχαν την ευχέρεια να μετατρέπουν κατοστάρια σε δεκάρια ή δεκάρια σε δραχμές προκειμένου να αντιμετωπίσουν το πρόβλημα. Κατά τη γνώμη μας, η συμπεριφορά των μαθητών στο συγκεκριμένο πρόβλημα δείχνει πιο έντονα την έλλειψη ουσιαστικής κατανόησης της αξίας θέσης, έχοντας υπόψη ότι τα παιδιά έχουν ασχοληθεί αρκετές φορές στην καθημερινή τους ζωή με χρηματικές συναλλαγές.

Ο επόμενος πίνακας δείχνει τα ποσοστά επιτυχίας των μαθητών στον υπολογισμό αθροισμάτων με την τυπική διαδικασία.



Εδώ μπορούμε να παρατηρήσουμε ότι οι μαθητές ανταποκρίθηκαν με επιτυχία στην εκτέλεση των αλγόριθμων, ιδιαίτερα όταν η πρόσθεση είχε μόνο ένα κρατούμενο είτε στις μονάδες είτε στις δεκάδες. Είναι, όμως, χαρακτηριστική η μείωση του ποσοστού επιτυχίας όταν ζητήθηκε από τους μαθητές να εκτελέσουν μια πρόσθεση με δυο κρατούμενα.

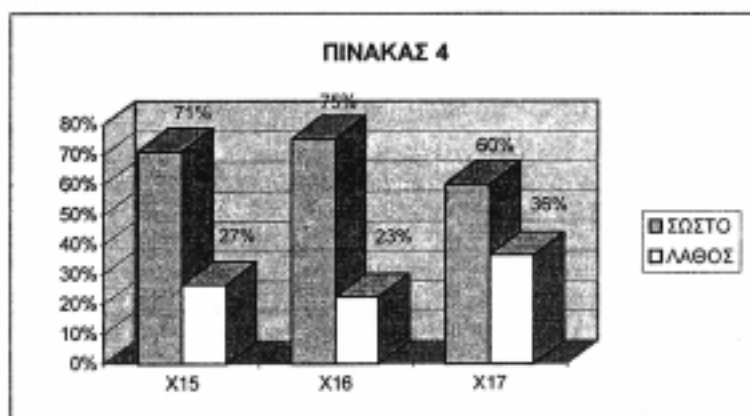
Τα κυριότερα λάθη των παιδιών ήταν τα ακόλουθα:

α) Λάθη στην πρόσθεση των αριθμών στα επιμέρους αθροίσματα, που ήταν υποχρεωμένοι να βρουν για την εκτέλεση της τυπικής διαδικασίας. Έτσι οι μαθητές έδωσαν απαντήσεις, όπως 778, 776 στην πρώτη πρόσθεση, 889, 868, 877, 857 στην δεύτερη και 966, 965 στο τρίτο άθροισμα.

β) Λάθη που οφειλονταν στην παράλειψη του κρατουμένου, όπως 763, 767, 946 και 856.

γ) Λάθη τα οποία συνδύαζαν τις δυο προηγούμενες περιπτώσεις, όπως 762, 787, 847 και 853.

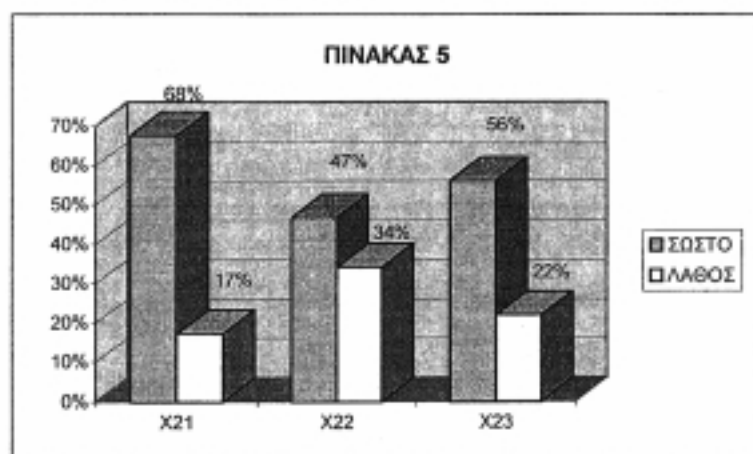
Στον επόμενο πίνακα φαίνονται τα ποσοστά επιτυχίας των παιδιών στην εκτέλεση του αλγόριθμου της αφαίρεσης.



Αν και οι μαθητές έχουν λίγο χαμηλότερη επίδοση στην αφαίρεση σε σχέση με την πρόσθεση, η συμπεριφορά τους παρουσιάζει αρκετά κοινά στοιχεία με αυτά που ήδη επισημάναμε στην πρόσθεση. Έτσι, στη πρώτη διαφορά, οι λανθασμένες απαντήσεις των μαθητών μπορούν να ταξινομηθούν στις αντίστοιχες δυο πρώτες κατηγορίες με αυτές της πρόσθεσης, δηλαδή λάθη στην αφαίρεση διψήφιου από μονοψήφιο π.χ. 425, 423, 428, 421 ή παράλειψη κρατουμένου όπως 436. Στην περίπτωση, όμως, της αφαίρεσης αρκετά παιδιά μας έδωσαν επιπλέον σαν απάντηση το 434 αντιστρέφοντας προφανώς τους όρους της πρώτης επιμέρους διαφοράς κατά την εκτέλεση της τυπικής διαδικασίας. Επίσης, στη δεύτερη αφαίρεση, οι πιο συνηθισμένες λανθασμένες απαντήσεις των μαθητών ήταν οι 733 (αντιστροφή

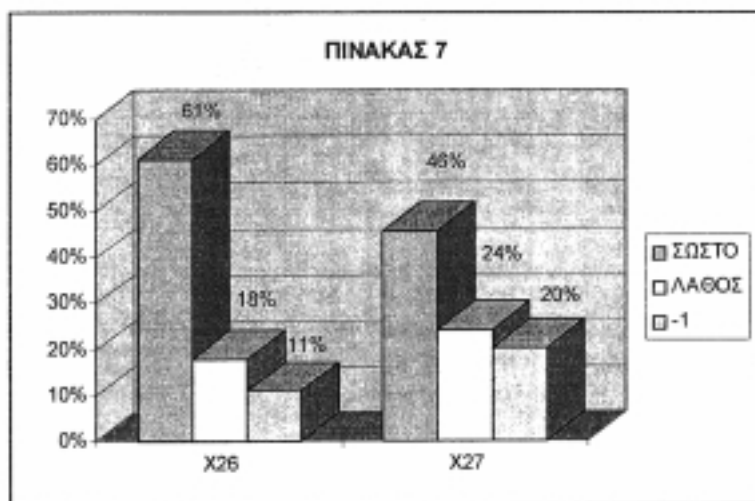
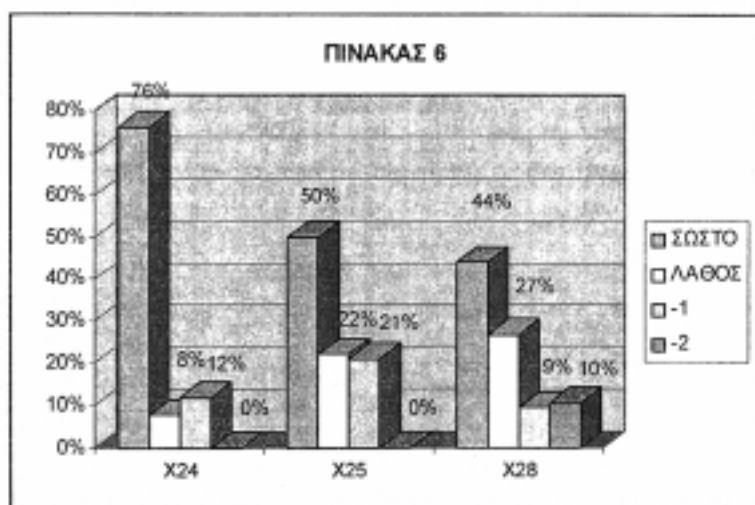
όρων) και 773(παράλειψη κρατούμενου). Τέλος, και στην τρίτη αφαίρεση, η πλειοψηφία των μαθητών που έκαναν λάθη μας έδωσε σαν απάντηση το 127, 217, 207 και 283. Τα δυο πρώτα λάθη σχετίζονται με τα κρατούμενα, το δεύτερο με τη δυσκολία των μαθητών στην εκτέλεση των αλγόριθμου όταν υπάρχει και το 0, ενώ το τελευταίο λάθος προέρχεται από την αντιστροφή των όρων στη θέση των μονάδων και των δεκάδων.

Ο πίνακας 5 δείχνει τις ικανότητες των μαθητών της τρίτης τάξης στο δεύτερο σκέλος του 5^{ου} ερωτήματος.



Σ' αυτά τα προβλήματα, οι λανθασμένες απαντήσεις των μαθητών δεν παρουσιάζουν κάποια ομοιομορφία, εκτός από το δεύτερο πρόβλημα στο οποίο όλοι οι μαθητές που έκαναν λάθος έδωσαν την απάντηση 210.

Τέλος, στους πίνακες 6 και 7 φαίνονται τα ποσοστά επιτυχίας των μαθητών στην επίλυση προβλημάτων πρόσθεσης και αφαίρεσης.



Η κωδικοποίηση των αποτελεσμάτων σε αυτά τα προβλήματα έγινε ως εξής: Οι σωστές απαντήσεις κρίθηκαν από τη σωστή επιλογή της πράξης και το σωστό αποτέλεσμα. Οι λανθασμένες απαντήσεις ταξινομήθηκαν σε δυο κατηγορίες: α) μη σωστή επιλογή πράξης και β) σωστή επιλογή πράξης, αλλά με λάθη στην εκτέλεση του υπολογισμού (στον πίνακα εκφράζεται ως -1). Ιδιαίτερα, στο πρόβλημα 5 (βλ. μεθοδολογία), η λύση του οποίου α-

παιτούσε δύο πράξεις καταγράψαμε σε μία τέταρτη κατηγορία τους μαθητές που είχαν την μία πράξη σωστή (στον πίνακα 6 εκφράζεται ως -2).

Από τα αποτελέσματα της έρευνας στη λύση προβλημάτων, παρατηρούμε ότι τα προβλήματα που απαιτούσαν αφαίρεση (πρόβλημα 2 και 4), καθώς και το πρόβλημα με δύο πράξεις δυσκόλεψαν πιο πολύ τους μαθητές.

Συμπεράσματα της έρευνας

Ο συσχετισμός των παραπάνω αποτελεσμάτων δείχνει ότι οι μαθητές έχουν μια επιφανειακή κατανόηση των μαθηματικών θεμάτων που εξετάσαμε. Η μεγάλη αποτυχία των μαθητών στα ερωτήματα που αφορούσαν στην αξία θέσης ψηφίου, σε σχέση με την σχετικά ικανοποιητική επίδοσή τους στην εκτέλεση των τυπικών διαδικασιών της πρόσθεσης και της αφαίρεσης, μάς οδηγεί στο συμπέρασμα ότι οι περισσότεροι μαθητές εκτελούν «μηχανικά» αυτές τις διαδικασίες. Τα παιδιά φαίνεται να εφαρμόζουν τον κανόνα «προσθέτω τις μονάδες με τις μονάδες, τις δεκάδες με τις δεκάδες και τις εκατοντάδες με τις εκατοντάδες», χωρίς να έχουν συνειδητοποιήσει τη σχέση μεταξύ των μονάδων κάθε τάξης. Αξίζει να σημειωθεί ότι ο τρόπος που τα σχολικά βιβλία παρουσιάζουν τη συγκεκριμένη ύλη φαίνεται να ενισχύει μια τέτοια συμπεριφορά από τους μαθητές. Στα μαθήματα που αφορούν στην εκμάθηση των τυπικών αλγόριθμων, οι μαθητές είναι υποχρεωμένοι να μιμούνται τρόπους λύσης, που παρουσιάζονται στα υποδείγματα τα οποία υπάρχουν στην αρχή της σελίδας και να επαναλαμβάνουν τα λόγια που συνδέονται με τον αντίστοιχο κανόνα.

Κατά τη γνώμη μας, οι δραστηριότητες που προτείνονται στα σχολικά βιβλία θα πρέπει να επιτρέπουν τη σταδιακή οικοδόμηση αυτής της γνώσης από τους μαθητές και να μην τους ωθούν στην στείρα απομνημόνευση κανόνων. Επίσης, θα πρέπει να δίνουν ιδιαίτερη έμφαση στα συστατικά στοιχεία που αναφέρονται στην κατανόηση της αξίας θέσης, όπως αυτά περιγράφονται σήμερα από τους παιδαγωγούς των Μαθηματικών. Οι προτεινόμενες δραστηριότητες θα μπορούσαν, αρχικά, να στηρίζονται σε εικόνες προκειμένου να διευκολύνουν τους μαθητές στην προσέγγιση των συγκεκριμένων μαθηματικών θεμάτων. Στη συνέχεια, η σταδιακή εγκατάλειψη των εικόνων θα επέτρεπε στους μαθητές την επινόηση ολοένα και πιο ώριμων νοητικά στρατηγικών υπολογισμού αθροισμάτων και διαφορών. Η ευχέρεια των μαθητών στην εκτέλεση νοερών υπολογισμών θα βοηθούσε

στην ουσιαστική μάθηση της τυπικής διαδικασίας της πρόσθεσης και της αφαίρεσης(Fuson, 1992, Steffe & Cobb,1988) .

Επίσης, μια ακόμα παρατήρηση που προκύπτει από τα αποτελέσματα της έρευνας είναι η μείωση του ποσοστού επιτυχίας στα προβλήματα της καθημερινής ζωής σε σχέση με αυτά που αναφέρονται σε υπολογισμούς μόνο με αριθμούς. Αυτή η συμπεριφορά των μαθητών έχει διαπιστωθεί και στα αποτελέσματα του ερευνητικού προγράμματος που έχουμε εκπονήσει στην Πρώτη και τη Δευτέρα τάξη του Δημοτικού σχολείου. Θεωρώντας ότι τα παιδιά πρέπει να βιώσουν ότι η μαθηματική επιστήμη είναι άμεσα συνδεδεμένη με τον κόσμο των δικών τους εμπειριών , η λύση τέτοιων προβλημάτων είναι, κατά τη γνώμη μας, αναγκαίο να αποτελεί τη βάση για τη διδασκαλία των εννοιών αυτών.

Τελειώνοντας, θα θέλαμε να επισημάνουμε ότι οι έρευνες που αφορούν στην κατασκευή ενός μοντέλου για τον τρόπο με τον οποίο οι μαθητές κατανοούν τις συγκεκριμένες έννοιες, καθώς και οι προσπάθειες για το σχεδιασμό κατάλληλων διδακτικών ενεργειών προκειμένου να αντιμετωπιστούν οι δυσκολίες που αυτοί έχουν, πρέπει να ενταθούν (Bednarz & Janvier,1988, Fuson, 1992, Jones, Thornton, Putt et al.,1996) .

Βιβλιογραφία

- Bednarz, N. & Janvier, B. (1988).A constructivist approach to numeration in primary school. *Educational Studies in Mathematics*,19, 299-331.
- Brown et al. (Eds.) (1989). *Results of the fourth mathematics assessment: National assessment of educational progress*. Reston,VA: NCTM
- Cobb, P. & Wheatley, G. (1988). Children' s initial understandings of Ten. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 10(3), 1-28.
- Jones, G., Thornton, C., Putt, I. et al. (1996). Multidigit number sense : A framework for instruction and assessment. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(3), 310-336.
- Fuson, K. C. (1992). Research on whole number. Addition and subtraction. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on Mathematics Teaching and Learning*, pp. 243-275. NY: Macmillan.
- Kamii, C. (1986). Place value: An explanation of its difficulty and educational implications for the primary grades. *Journal of Research in Childhood Education*, 1(2), 75-86.

Καρούση, Σ. & Ντζιαγρήστος Β. (1997 α). *Οι μαθηματικές γνώσεις των παιδιών της Πρώτης τάξης του Δημοτικού Σχολείου*. Παιδαγωγική έρευνα.

Καρούση, Σ. & Ντζιαγρήστος, Β. (1997 β). *Οι μαθηματικές γνώσεις των παιδιών της Δευτέρας τάξης του Δημοτικού Σχολείου*. Παιδαγωγική έρευνα.

Kouba et al. (1988). Results of the fourth NAEP assessment of Mathematics: Number, operations and word problems. *Arithmetic Teacher*, 35(8), 14-19.

Labinowicz, E, (1985). *Learning from children: New beginnings for teaching numerical thinking*. Menlo Park, CA : Addison - Wesley

Steffe, L. P. & Cobb, P. (1988). *Construction of arithmetical meanings and strategies*. NY: Springer- Verlag