

Author: Κ.Ν. Μακρής

Title: Μέθοδος Monte Carlo για την προσεγγιστική εύρεση εμβαδού.

Abstract: Περιγράφεται ο κατά προσέγγιση υπολογισμός του εμβαδού ενός χωρίου με τη μέθοδο Monte Carlo.

Creator: HDML

ΜΕΘΟΔΟΣ «MONTE CARLO» ΓΙΑ ΤΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΤΙΚΗ ΕΥΡΕΣΗ ΕΜΒΑΔΟΥ

Το πρόβλημα που περιγράφεται στο άρθρο αυτό είναι από τα σεμινάρια Πληροφορικής που πραγματοποιούνται στην ΕΜΕ. Η περιγραφή γίνεται απ' τον συνάδελφο Κ.Ν. Μακρή.

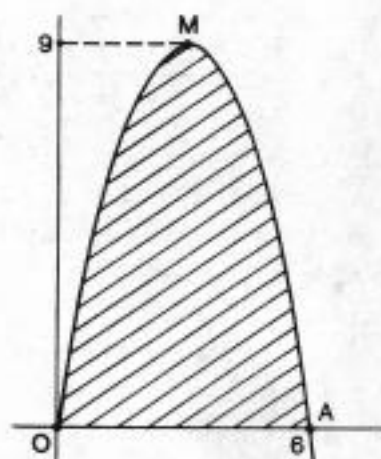
Αφορμή για το μικρό αυτό άρθρο, μας έδωσε ένα θέμα που συνήθως παρουσιάζεται στα σεμινάρια της Ε.Μ.Ε. πάνω στους Η/Υ. Πρόκειται για τον προσεγγιστικό υπολογισμό του εμβαδού ενός χωρίου με τη μέθοδο «MONTE CARLO». Αναφερόμαστε στο θέμα αυτό, όχι τόσο για την ιδιαίτερη γνώση της μεθόδου, αφού μάλιστα υπάρχουν άλλες ακριβέστερες, όσο για τη σύλληψη της ιδέας στην οποία στηρίζεται και βασίζεται στους θαυμαστούς νόμους που διέπουν τις πιθανότητες. Για τη μέθοδο αυτή δεν απαιτούνται «ψηλά» μαθηματικά. Οι γνώσεις που τη στοιχειοθετούν βρίσκονται στα σχολικά μας μαθηματικά βιβλία. Αλλά ας δούμε το θέμα αναλυτικότερα.

Ένας κλασικός τρόπος για να βρούμε το εμβαδόν E του παραπλεύρως μικτόγραμμου σχήματος OMA (σχ. α), είναι να υπολογίσουμε το ορισμένο ολοκλήρωμα από 0 έως 6 της συνάρτησης $y = -x^2 + 6x$ (Βλέπε Ανάλυση 1ης Δέσμης, § 5.14). Δηλαδή:

$$\begin{aligned} E &= \int_0^6 (-x^2 + 6x) dx = -\int_0^6 x^2 dx + 6 \int_0^6 x dx = \\ &= -\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^6 + 6\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^6 = -72 + 108 = 36 \end{aligned}$$

Ας δούμε, όμως, το ίδιο πρόβλημα πώς το αντιμετωπίζει η μέθοδος «MONTE CARLO» αφού προηγουμένως κάνουμε μια μικρή εισαγωγή.

Ας υποθέσουμε ότι εκτελούμε ένα πείραμα τύχης N φορές και ένα συγκεκριμένο συμβάν A εμφανίζεται H φορές. Με την ορολογία της Στατιστικής, το N μπορούμε να το χαρακτηρίσουμε ως μέγεθος του δείγματος, το H ως συχνότητα του A και το πηλίκο $\frac{H}{N}$ ως σχετική συχνότητα του A . Παίρνοντας όλο και μεγαλύτερες τιμές του N , διαπιστώνουμε ότι η σχετική συχνότητα μπορεί να προσεγγίζει κάποιο συγκεκριμένο αριθμό. (Βλέπε Άλγεβρα 1ης Δέσμης § 7.6). Η διαπίστωση αυτή οδήγησε στο στατιστικό ορισμό της πιθανότητας $p(A)$ του A , δηλαδή:



Γραφική παράσταση της $y = ax^2 + bx$


```

100 NEXT I
110 E = (H/N) * 100
120 PRINT "E = "; E
130 END

```

Στο πρόγραμμα αυτό με την εντολή 20 ορίζεται η συνάρτηση $y = -x^2 + 6x$. Οι εντολές 30, 80, 90 χρησιμοποιούνται για τη μέτρηση των επιτυχιών, δηλ. των σημείων που βρίσκονται μέσα στο ΟΜΑ. Ειδικά στην εντολή 80 ζητάμε από τον υπολογιστή να εξαιρέσει τα σημεία που βρίσκονται εκτός του ΟΜΑ. Η εντολή 70 δίνει τυχαίες τιμές από το διάστημα (0, 10) σε κάθε μία από τις συντεταγμένες R (τετμημένη) και S (τεταγμένη). Τα υπόλοιπα είναι σαφή.

Εκτελέσαμε μερικά δείγματα σε υπολογιστή και βρήκαμε τις ακόλουθες τιμές:

Για	N = 100	προέκυψε	E = 38
»	N = 800	»	E = 35,375
»	N = 1000	»	E = 36
»	N = 2000	»	E = 35,4

Προτείνουμε και δυο προβλήματα για εφαρμογή της παραπάνω μεθόδου «MONTI CARLO».

1) Με βάση την εξίσωση του άνω ημικυκλίου ακτίνας R και κέντρου O (αρχή των αξόνων), δηλ. $y = \sqrt{R^2 - x^2}$ να υπολογιστεί προσεγγιστικά ο αριθμός π.

2) Να υπολογιστεί το εμβαδό του τριγώνου με κορυφές

A (2, 7), B (5, 2), Γ (9, 6).
