Author: Δ. Πόταρη

Title: Δυσκολίες Μάθησης των Μαθηματικών στο Δημοτικό Σχολείο.

Abstract: Έρευνα σχετικά με τις δυσκολίες μάθησης των μαθητών στο Δημοτικό σχολείο. Βασικοί στόχοι αυτής της προσπάθειας είναι: α) Να εξεταστεί κατά πόσο οι μαθητές που τελειώνουν το Δημοτικό σχολείο μπορούν να εκτελούν τις τέσσερεις πράξεις και να διαγνωσθούν σημεία όπου υπάρχουν ιδιαίτερες δυσκολίες κατανόησης, β) Να εξετασθεί κατά πόσο οι μαθητές έχουν αναπτύξει κάποια στοιχεία της Μαθηματικής τους σκέψης.

Creator: HDML

# ΔΥΣΚΟΛΙΕΣ ΜΑΘΗΣΗΣ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΟ ΔΗΜΟΤΙΚΟ ΣΧΟΛΕΙΟ*

**Δ. Πόταρη**

**Εισαγωγή**

Είναι γεγονός ότι η μαθηματική παιδεία που αποκτούν οι μαθητές στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση αποτελεί θεμέλιο της γενικότερης μαθηματικής τους μόρφωσης. Συγκεκριμένα η στάση των μαθητών απέναντι στα μαθηματικά, η ανάπτυξη της μαθηματικής τους σκέψης, η απόκτηση δεξιοτήτων για τη λύση προβλημάτων της καθημερινής τους ζωής είναι σημαντικά στοιχεία, που επηρεάζουν τη σχέση των μαθητών με το μάθημα στα επόμενα στάδια της εκπαίδευσής τους και γενικότερα στη ζωή τους.

Είναι λοιπόν αναγκαίο να αξιολογήσουμε κατά πόσο οι μαθητές που τελειώνουν το Δημοτικό σχολείο έχουν αποκτήσει τις απαραίτητες μαθηματικές ικανότητες και να επισημάνουμε τυχόν δυσκολίες που έχουν στα μαθηματικά.

Μια τέτοια γνώση είναι αναγκαία όχι μόνο για τους υπεύθυνους για την πρωτοβάθμια εκπαίδευση αλλά και για όσους ασχολούνται με τη δευτεροβάθμια εκπαίδευση ώστε να βοηθηθούν οι μαθητές να μεταβούν ομαλά από το Δημοτικό στο Γυμνάσιο.

Έχοντας σαν σκοπό να δώσουμε κάποιο φως στα παραπάνω θέματα διοργανώσαμε μια εμπειρική έρευνα σε μαθητές της τελευταίας τάξης του Δημοτικού σχολείου.

**Στόχοι της έρευνας**

Οι βασικοί στόχοι μας σ' αυτή την προσπάθεια ήταν:

α) Να εξετάσουμε κατά πόσο οι μαθητές που τελειώνουν το Δημοτικό σχολείο μπορούν να εκτελούν τις τέσσερεις βασικές πράξεις και να διαγνώσουμε σημεία όπου υπάρχουν ιδιαίτερες δυσκολίες κατανόησης.

---

* Η έρευνα της οποίας τα αποτελέσματα περιγράφονται στο άρθρο άρχισε από πρωτοβουλία του σχολικού συμβούλου κ. Μ. Φουντόπουλου και του προέδρου της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας κ. Θ. Εξαρχάκου. Ο κος Φουντόπουλος είχε επίσης τον συντονισμό της έρευνας. Τα αποτελέσματα της έρευνας ανακοινώθηκαν από τη συγγραφέα σε ημερίδα που διοργανώθηκε σε συνεργασία της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας και της Νομαρχίας Χαλκιδικής. Σημαντική ήταν η συμβολή των δασκάλων της περιοχής.

β) Να εξετάσουμε κατά πόσο οι μαθητές έχουν αναπτύξει κάποια στοιχεία της μαθηματικής τους σκέψης.

Τίθεται το ερώτημα γιατί επιλέξαμε αυτούς τους στόχους;

Αρχικά θεωρήσαμε ότι η εκτέλεση απλών πράξεων είναι μια δεξιότητα απαραίτητη για τη λύση προβλημάτων της καθημερινής ζωής. Ο τρόπος βέβαια που αντιμετωπίζει ο μαθητής τις πράξεις μπορεί να ποικίλλει από την από μνήμης επίλυση μέχρι τη χρήση κάποιου συγκεκριμένου αλγορίθμου. Η χρήση δε κατάλληλων ασκήσεων μπορεί να βοηθήσει τον καθηγητή να διαγνώσει τυχόν δυσκολίες που ο μαθητής έχει στην κατανόηση εννοιών όπως για παράδειγμα της έννοιας του αριθμού. Αριθμητικές πράξεις, όπως πολλαπλασιασμός αριθμών με μεγάλο πλήθος ψηφίων ή πολύπλοκες διαιρέσεις θα μπορούσαν ν' αντιμετωπισθούν με έναν υπολογιστή τσέπης οπότε δεν προσπαθήσαμε να ελέγξουμε τις δεξιότητες των μαθητών σ' αυτές. Σ' αυτή την περίπτωση ίσως είναι αναγκαίο ο μαθητής να υπολογίζει προσεγγιστικά το αποτέλεσμα τέτοιων πράξεων ώστε να μπορεί να ελέγχει το αποτέλεσμα που του δίνει ο υπολογιστής. Πρέπει ακόμη να επισημάνουμε ότι οι καθηγητές των μαθηματικών των Γυμνασίων ενδιαφέρονται να γνωρίζουν τις δεξιότητες που έχουν οι μαθητές της Α΄ Γυμνασίου πάνω στην εκτέλεση των τεσσάρων αριθμητικών πράξεων (αναφέρεται στον Ευκλείδη Γ΄, Ε. Κοθάλη, Δεκέμβριος 1987).

Από τους σπουδαιότερους στόχους των μαθηματικών είναι η ανάπτυξη της μαθηματικής σκέψης.

Θα γίνουμε πιο σαφείς αναφέροντας αναλυτικά τα στοιχεία της μαθηματικής σκέψης που προσπαθήσαμε να εξετάσουμε, αυτά είναι:

— ικανότητα του μαθητή να εντοπίζει σ' ένα πρόβλημα το ζητούμενο και τη σχέση του με το δεδομένο (αναγνώριση προβλήματος, ερμηνεία δεδομένων...)
— ικανότητα για σύγκριση, διάταξη, ταξινόμηση μεγεθών
— ικανότητα εφαρμογής των αριθμητικών κατακτήσεων στη ζωή
— ικανότητα χρήσης εναλλακτικών λύσεων
— ικανότητα εύρεσης προσεγγιστικής λύσης
— δημιουργικότητα, λειτουργικότητα (φαντασία, πρωτοτυπία, κριτική σκέψη...)
— αφαιρετική ικανότητα (γενίκευση, ανασύνθεση...)
— ικανότητα χρήσης της μαθηματικής γλώσσας
— κατανόηση των μαθηματικών εννοιών.

Ο παραπάνω διαχωρισμός έγινε μόνο με σκοπό να βοηθήσει στον καθορισμό των προβλημάτων και την ερμηνεία των απαντήσεων των μαθητών. Τα στοιχεία που αναφέρονται δεν είναι ανεξάρτητα μεταξύ τους.

Τέλος οι στόχοι που θέσαμε αναφέρονται στο αναλυτικό πρόγραμμα των μαθηματικών του Δημοτικού σχολείου.

**Διαδικασία συγκέντρωσης πληροφοριών**

Η συγκέντρωση πληροφοριών έγινε με τη χρήση δυο τεστ. Η χρήση μόνο κά-

ποιου τεστ δεν είναι αρκετή για τη διάγνωση του κατά πόσο οι μαθητές έχουν κατανοήσει κάποιο θέμα ή για τη γενικότερη αξιολόγηση της ανάπτυξης της σκέψης τους. Μπορεί όμως να αποτελέσει την αρχή για μια πιο βαθύτερη και λεπτομερέστερη εξέταση. Διάφορες απόψεις έχουν διατυπωθεί πανω στη χρήση των τεστ όπως για τα συναισθήματα φόβου και άγχους που μπορούν να δημιουργήσουν στους μαθητές (HMSO, Better Mathematics, 1987). Μπορούν όμως να μας βοηθήσουν να συγκεντρώσουμε εύκολα πληροφορίες για κάποιο μεγάλο αριθμό μαθητών.

Τα τεστ που χρησιμοποιήθηκαν περιγράφονται στον πίνακα 1 και 2.

α) Το τεστ του πίνακα 1 αναφέρεται στις τέσσερεις αριθμητικές πράξεις και περιλαμβάνει στις ομάδες Α΄, Β΄, Γ΄ ασκήσεις πάνω στις τέσσερεις πράξεις των φυσικών, δεκαδικών και κλασμάτων αντίστοιχα. Προσπάθεια έγινε ώστε οι ασκήσεις να είναι διαγνωστικές και να φανερώνουν δυσκολίες των μαθητών. Στην επιλογή των ασκήσεων λάβαμε υπόψη μας τις προτάσεις που αναφέρονται στο βιβλίο Diagnosis and Prescription (R. Rees and G. Barr, 1984).

β) Το τεστ του πίνακα 2 αναφέρεται σε στοιχεία της μαθηματικής σκέψης και αποτελείται από 7 προβλήματα. Τα προβλήματα 1 και 6 έχουν δοθεί σε σχολεία της Γαλλίας όπως αναφέρει ο Alain Bouvier (Δ΄ Πανελλήνιο Συνέδριο Μαθηματικής Παιδείας, 1987). Ειδικότερα:

Το πρόβλημα 1 (καραβάκι - καπετάνιος) ελέγχει κύρια την ικανότητα των μαθητών να εντοπίζουν τα δεδομένα ενός προβλήματος και τη σχέση τους με το ζητούμενο.

Το πρόβλημα 2 (από μνήμης) παρουσιάζει την εφαρμογή των αριθμητικών κατακτήσεων στη ζωή δίνοντας έμφαση στην από μνήμης επίλυση κάποιου προβλήματος πράγμα που συμβαίνει στις καθημερινές συναλλαγές μας.

Το πρόβλημα 3 (τετράγωνα) ελέγχει κατά πόσο οι μαθητές έχουν κατανοήσει την έννοια «τετράγωνο» και κατά πόσο μπορούν να ερμηνεύσουν πληροφορίες που παρουσιάζονται εποπτικά.

Το πρόβλημα 4 (δημιουργία ενός προβλήματος) μπορεί να παρουσιάσει τη δημιουργικότητα και τη λειτουργικότητα της σκέψης, την ικανότητα του μαθητή να χρησιμοποιεί τη μαθηματική γλώσσα, την ικανότητα εφαρμογής των αριθμητικών κατακτήσεων στη ζωή.

Το πρόβλημα 5 (διάταξη σχημάτων) ελέγχει την ικανότητα των μαθητών να συγκρίνουν και να διατάσσουν μεγέθη καθώς και την ικανότητά τους να προσεγγίζουν μεγέθη (όπως η επιφάνεια του ψαριού).

Επίσης ελέγχεται η κατανόηση της έννοιας του εμβαδού.

Το πρόβλημα 6 (πρόβλημα αρκούδας) ελέγχει την ικανότητα των μαθητών να εντοπίζουν τα δεδομένα ενός προβλήματος και τη σχέση τους με το ζητούμενο, τη δημιουργικότητα της σκέψης τους που απαιτεί και κάποια αφαιρετική ικανότητα στην κατάστρωση κάποιου τρόπου δουλειάς.

Το πρόβλημα 7 (πρόβλημα χωράφι) μπορεί να παρουσιάσει το πόσο οι μαθητές

έχουν κατανοήσει την έννοια εμβαδόν και τη χρήση της μαθηματικής γλώσσας (σχέση επιφάνειας και εμβαδού).

Τα προβλήματα όπως φαίνεται δεν είναι της μορφής που οι μαθητές έχουν αντιμετωπίσει στην τάξη. Έτσι στοχεύαμε να εξετάσουμε την αυτενέργειά τους και τη μεθοδολογία που χρησιμοποιούσαν για λύση προβλημάτων που δεν ήταν απλές εφαρμογές των όσων είχαν κάνει, στο σχολείο.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 1**

**Τεστ στις τέσσερεις αριθμητικές πράξεις**

| | |
|---|---|
| **ΟΜΑΔΑ Α΄** (φυσικοί αριθμοί)<br>1. $967 + 2056 =$;<br>2. $904 - 586 =$;<br>3. $1000 - 10 =$;<br>4. $41 \cdot 30 =$;<br>5. $2 \quad 386 + 915 + 6 + 32 =$;<br>6. $403 \cdot 12 =$;<br>7. $9 \cdot 0 \cdot 17 =$;<br>8. $812 : 2 =$;<br>9. $1840 : 40 =$;<br>10. $4669 : 23 =$;<br>**ΟΜΑΔΑ Β΄** (δεκαδικοί)<br>1. $16{,}36 + 1{,}9 =$;<br>2. $0{,}2 - 0{,}15 =$;<br>3. $2 - 0{,}05 =$;<br>4. $715 + 0{,}6 + 900{,}22 + 0{,}008 =$;<br>5. $0{,}3 \cdot 0{,}3 =$;<br>6. $6{,}50 \cdot 0{,}25 =$;<br>7. $0{,}008 \cdot 100 =$;<br>8. $7{,}8 : 3 =$;<br>9. $8 : 0{,}16 =$;<br>10. $0{,}7 : 0{,}7 =$;<br>**ΟΜΑΔΑ Γ΄** (κλάσματα)<br>1. $\frac{3}{16} + \frac{5}{64} =$;<br>2. $1 - \frac{2}{3} =$;<br>3. $5\frac{7}{16} - 3\frac{5}{8} =$; | |

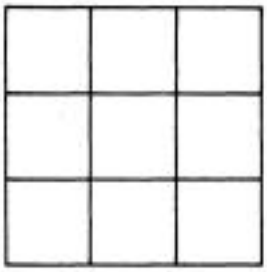
| | |
|---|---|
| 4. $2 + 0{,}3 + \frac{1}{5} + 1\frac{3}{10} =$; | |
| 5. $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} =$; | |
| 6. $2\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} =$; | |
| 7. $4 \cdot \frac{3}{7} =$; | |
| 8. $\frac{1}{2} : \frac{3}{5} =$; | |
| 9. $2\frac{1}{2} \cdot 1\frac{1}{4} =$; | |
| 10. $\frac{1}{2} : 8 =$; | |

**ΠΙΝΑΚΑΣ 2**

**Τεστ πάνω στα στοιχεία της μαθηματικής σκέψης**

Δώσε μια απάντηση στα παρακάτω προβλήματα:

1. Ένα καραβάκι μεταφέρει 10 πρόβατα και 18 βόδια. Πόσων χρονών είναι ο καπετάνιος;
2. Λύσε από μνήμης το πρόβλημα: $3\frac{1}{2}$ σοκολάτες αξίζουν 7 πενηντάρικα. Με 10 εκατοστάρικα πόσες σοκολάτες αγοράζεις;
3. Βρες από το σχήμα τον αριθμό των τετραγώνων που σχηματίζονται



4. Γράψε ένα δικό σου πρόβλημα του οποίου η λύση να δίνεται από τις παρακάτω πράξεις:

$18 \cdot 30 = 540$ και $540 - 200 = 340$

5. Διάταξε τα σχήματα σε μια σειρά σύμφωνα με το εμβαδόν τους αρχίζοντας από το μεγαλύτερο προς το μικρότερο.

Σχήμα 1 Σχήμα 2 Σχήμα 3

Σχήμα 4 Σχήμα 5

6. Σ' ένα σημείο της Γης βρίσκεται μια αρκούδα. Η αρκούδα κάνει πρώτα 1 μίλι νότια και σταματάει. Κατόπιν κάνει πάλι 1 μίλι ανατολικά και ξανά σταματάει. Τέλος 1 μίλι βόρεια και σταματάει στο σημείο που ξεκίνησε. Τι χρώμα έχει η αρκούδα;

7. Το χωράφι του Γιάννη είναι τετράγωνο. Το χωράφι του Θανάση τρίγωνο. Έχουν όμως το ίδιο εμβαδό. Ποιο έχει τη μεγαλύτερη επιφάνεια;

**Διεξαγωγή της έρευνας**

Η έρευνα έγινε στην Α΄ περιφέρεια Χαλκιδικής σε 25 Δημοτικά σχολεία. Στον πίνακα 3 περιγράφεται το όνομα του κάθε σχολείου, η οργανικότητά του και ο αριθμός των μαθητών της ΣΤ΄ τάξης του κάθε σχολείου που συμμετείχε στην έρευνα. Οι περιοχές βρίσκονται στο μεσαίο τμήμα της Χαλκιδικής, περιλαμβάνονται δε σχολεία περιοχών που ποικίλουν από ορεινές και δυσπρόσιτες σε πεδινές ή παραθαλάσσιες που είναι τουριστικές τους καλοκαιρινούς μήνες. Οι δάσκαλοι ως επί το πλείστον έχουν λίγα χρόνια υπηρεσίας με εξαίρεση τα παραθαλάσσια μέρη που υπηρετούν ντόπιοι δάσκαλοι που έχουν περισσότερα χρόνια προϋπηρεσία.

Τα τεστ δόθηκαν σε 407 μαθητές της ΣΤ΄ Δημοτικού (199 κορίτσια και 208 αγόρια). Στους μαθητές δόθηκε η δυνατότητα να δουλέψουν στις ερωτήσεις 45 λεπτά για κάθε τεστ.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 3**
**Δημοτικά Σχολεία οργανικότητα και αριθμός μαθητών**

| Σχολείο | Οργανικότητα | Αριθμός μαθητών που συμμετείχαν |
|---|---|---|
| 1. Αγ. Νικολάου | 7 / θέσιο | 27 |
| 2. Αγ. Παντελεήμονα | 1 / θέσιο | 3 |
| 3. Βάβδου | 2 / θέσιο | 6 |
| 4. Βατοπεδίου | 1 / θέσιο | 1 |
| 5. Βραστάμων | 2 / θέσιο | 6 |
| 6. Γαλαρινού | 1 / θέσιο | 3 |
| 7. Γερακινής | 3 / θέσιο | 8 |
| 8. Καλυβιών | 3 / θέσιο | 14 |
| 9. Κελλίου | 1 / θέσιο | 1 |
| 10. Μεταγκιτσίου | 3 / θέσιο | 16 |
| 11. Μεταμόρφωσης | 1 / θέσιο | 2 |
| 12. Ν. Μαρμαρά | 12 / θέσιο | 40 |
| 13. Νικήτης | 7 / θέσιο | 27 |
| 14. Παλαιοκάστρου | 1 / θέσιο | 6 |
| 15. 1ο Πολυγύρου | 8 / θέσιο | 29 |
| 16. 2ο Πολυγύρου | 8 / θέσιο | 36 |
| 17. 3ο Πολυγύρου | 6 / θέσιο | 26 |
| 18. Πορταριάς | 4 / θέσιο | 8 |
| 19. Ολύνθου | 3 / θέσιο | 13 |
| 20. Ορμύριας | 12 / θέσιο | 41 |
| 21. Σάρτης | 3 / θέσιο | 15 |
| 22. Συκιάς | 9 / θέσιο | 37 |
| 23. Σημάντρων | 7 / θέσιο | 16 |
| 24. Ταξιάρχη | 6 / θέσιο | 20 |
| 25. Τορώνης | 1 / θέσιο | 6 |
| Σύνολο μαθητών | | 407 |

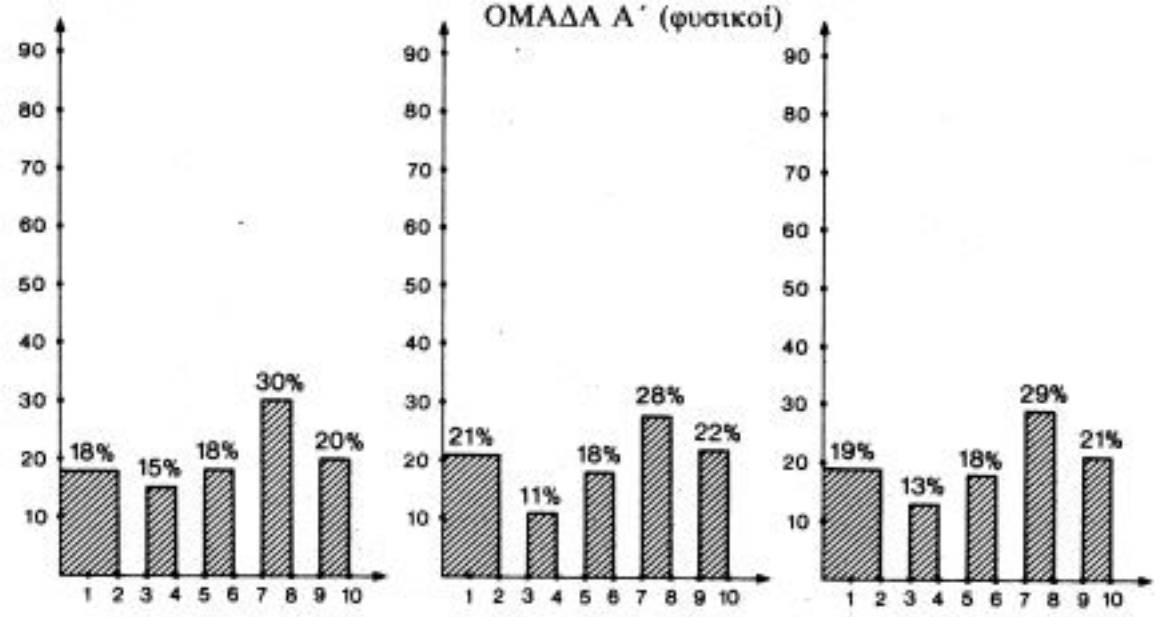
**Αποτελέσματα της έρευνας**

**α) Τεστ στις τέσσερεις πράξεις**

Στους πίνακες 4, 5, 6 περιγράφεται το ποσοστό των μαθητών που απάντησε σωστά σε 0-2, 3-4, 5-6, 7-8 ή 9-10 ασκήσεις της κάθε ομάδας. Επιπλέον υπάρχει και ο διαχωρισμός αγοριών, κοριτσιών σε κάθε πίνακα.

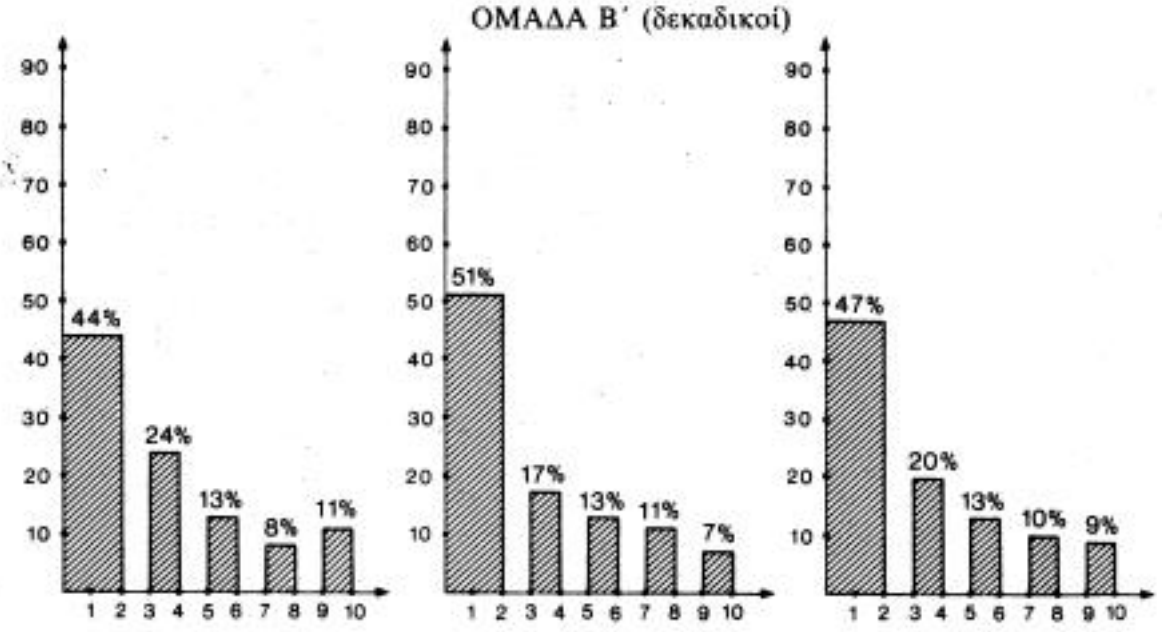
**ΠΙΝΑΚΑΣ 4**

Ποσοστά των κοριτσιών, αγοριών και γενικότερα των μαθητών που απάντησε σωστά σε 0-2, 3-4, 5-6, 7-8 ή 9-10 ασκήσεις της ομάδας των φυσικών.



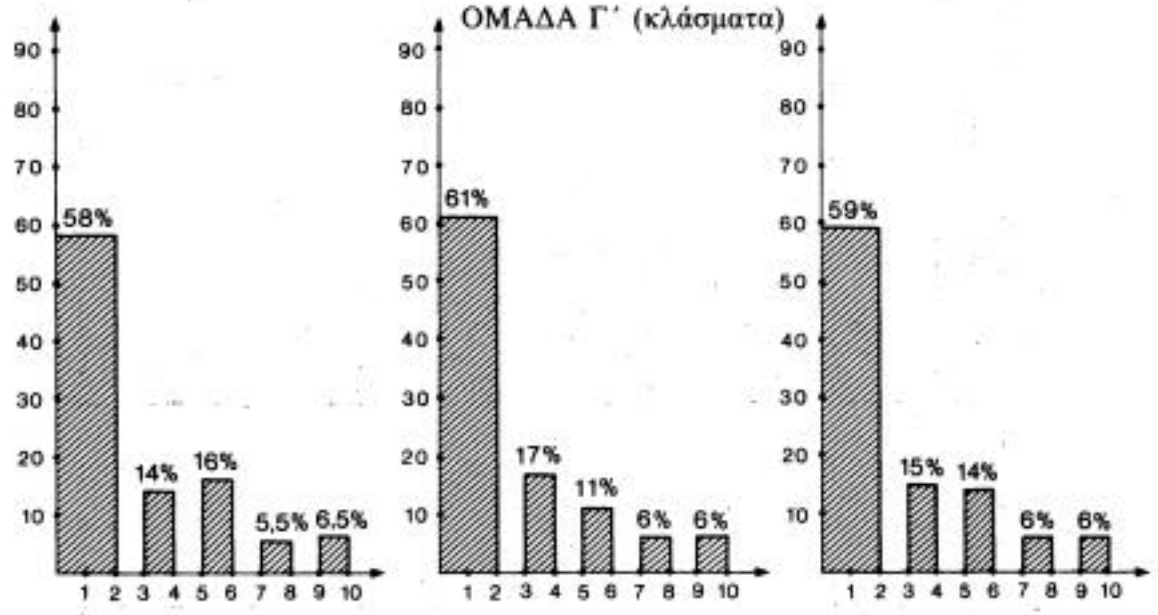

**ΠΙΝΑΚΑΣ 5**

Ποσοστά των κοριτσιών, αγοριών και γενικότερα των μαθητών που απάντησε σωστά σε 0-9, 3-4, 5-6, 7-8 ή 9-10 ασκήσεις της ομάδας των δεκαδικών.



**ΠΙΝΑΚΑΣ 6**

Ποσοστά των κοριτσιών, αγοριών και γενικότερα μαθητών που απάντησαν σωστά σε 0-2, 3-4, 5-6, 7-8 ή 9-10 ασκήσεις της ομάδας των κλασμάτων.




Όπως φαίνεται από τους πίνακες 4, 5, και 6 οι μαθητές είχαν ιδιαίτερη δυσκολία στις ασκήσεις των κλασμάτων και των δεκαδικών αριθμών. Συγκεκριμένα 74% των μαθητών απάντησε σωστά σε λιγώτερες από τις μισές ασκήσεις της ομάδας των κλασμάτων (ομάδα Γ΄), 67% των μαθητών της ομάδας των δεκαδικών (ομάδα Β΄) και 32% της ομάδας των φυσικών (ομάδα Α΄). Ουσιαστική διαφορά μεταξύ της απόδοσης των αγοριών και των κοριτσιών δεν παρουσιάστηκε αλλά όπως φαίνεται υπάρχουν κάποιες διαφοροποιήσεις τις οποίες δεν θεωρούμε σημαντικές.

Περισσότερες πληροφορίες για το ποσοστό των μαθητών που έκανε λάθος (ή δεν απάντησε) σε κάθε άσκηση κάθε ομάδας δίνονται στον πίνακα 7. Στον πίνακα 8 παρουσιάζονται τα ποσοστά των μαθητών που έκαναν λάθος (ή δεν απάντησαν) σε ασκήσεις πρόσθεσης, αφαίρεσης, πολλαπλασιασμού, διαίρεσης φυσικών, δεκαδικών και κλασμάτων.

Στις πράξεις των φυσικών ιδιαίτερη δυσκολία παρουσίασε η διαίρεση και ο πολλαπλασιασμός. Όπως φαίνεται στους πίνακες 63% των μαθητών απάντησε λάθος την άσκηση 9.0.17 (πολ/σμός όπου ένας παράγοντας είναι το μηδέν) και 64% την άσκηση 4669 : 23 (διαίρεση με διψήφιο αριθμό όπου στον αλγόριθμο ο διαιρέτης δεν «χωράει» στον διαιρετέο).

Στις πράξεις των δεκαδικών ιδιαίτερη δυσκολία παρουσίασε ο πολλαπλασιασμός και η πρόσθεση. Συγκεκριμένα:

ΠΙΝΑΚΑΣ 7

Συχνότητα λαθών σε κάθε άσκηση των ομάδων Α΄, Β΄ και Γ΄

| ΟΜΑΔΑ Α΄ (φυσικοί) | | ΟΜΑΔΑ Β΄ (δεκαδικοί) | | ΟΜΑΔΑ Γ΄ (κλάσματα) | |
|---|---|---|---|---|---|
| Ασκήσεις | Ποσοστό αποτυχίας (%) | Ασκήσεις | Ποσοστό αποτυχίας (%) | Ασκήσεις | Ποσοστό αποτυχίας (%) |
| $967 + 2056 =;$ | 21% | $16{,}36 + 1{,}9 =;$ | 54% | $\frac{3}{16} + \frac{5}{64} =;$ | 73% |
| $904 - 586 =;$ | 42% | $0{,}2 - 0{,}15 =;$ | 65% | $1 - \frac{2}{3} =;$ | 56% |
| $1000 - 10 =;$ | 29% | $2 - 0{,}05 =;$ | 68% | $5\frac{7}{16} - 3\frac{5}{8} =;$ | 90% |
| $41 \cdot 30 =;$ | 30% | $715 + 0{,}6 + 900{,}22 + 0{,}008$ | 77% | $2 + 0{,}3 + \frac{1}{5} + 1\frac{3}{10} =;$ | 84% |
| $2386 + 915 + 6 + 32 =;$ | 33% | $0{,}3 \cdot 0{,}3 =;$ | 60% | $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} =;$ | 42% |
| $403 \cdot 12 =;$ | 43% | $6{,}50 \cdot 0{,}25 =;$ | 71% | $2\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5} =;$ | 79% |
| $9 \cdot 0 \cdot 17 =;$ | 63% | $0{,}008 \cdot 100 =;$ | 63% | $4 \cdot \frac{3}{7} =;$ | 62% |
| $812 : 2 =;$ | 51% | $7{,}8 : 3 =;$ | 65% | $\frac{1}{2} : \frac{3}{5} =;$ | 73% |
| $1840 : 40 =;$ | 44% | $8 : 0{,}16 =;$ | 77% | $2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4} =;$ | 82% |
| $4669 : 23 =;$ | 64% | $0{,}7 : 0{,}7 =;$ | 61% | $\frac{1}{2} : 8 =;$ | 80% |

**ΠΙΝΑΚΑΣ 8**

Συχνότητα λαθών στις τέσσερεις πράξεις στην κάθε ομάδα

| | Συχνότητα λαθών στην πρόσθεση | Συχνότητα λαθών στην αφαίρεση | Συχνότητα λαθών στον πολ/σμό | Συχνότητα λαθών στη διαίρεση |
|---|---|---|---|---|
| ΟΜΑΔΑ Α΄ (φυσικοί) | 40% | 49% | 70% | 70% |
| ΟΜΑΔΑ Β΄ (δεκαδικοί) | 80% | 75% | 81% | 77% |
| ΟΜΑΔΑ Γ΄ (κλάσματα) | 89% | 90% | 83% | 86% |

Η πρόσθεση περισσότερων των δυο δεκαδικών αριθμών (715 + 0,6 + 900,22 + 0,008) απαντήθηκε λάθος ή καθόλου από το 77% των μαθητών. Ίδιο ποσοστό παρουσίασε και η διαίρεση 8 : 0,16 ενώ μεγάλο ποσοστό αποτυχίας είχαν και οι ασκήσεις

$$6{,}50 \cdot 0{,}25\ (71\%) \quad \text{και} \quad 2 - 0{,}05\ (68\%).$$

Στις πράξεις των κλασμάτων παρουσιάστηκε δυσκολία στις περισσότερες ασκήσεις. Ιδιαίτερη δυσκολία υπήρξε στις πράξεις των μικτών. Συγκεκριμένα 90% των μαθητών απάντησε λάθος ή δεν έδωσε απάντησε στην αφαίρεση $5\frac{7}{16} - 3\frac{5}{8}$, 82% στη διαίρεση μικτών $2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4}$, 80% στην διαίρεση κλάσματος με ακέραιο $\frac{1}{2} : 8$, και 79% στον πολλαπλασιασμό μικτού επί κλάσμα $2\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{5}$. Η πρόσθεση δε ακεραίου με δεκαδικό, κλάσμα και μικτό $\left(2 + 0{,}3 + \frac{1}{5} + 1\frac{3}{10}\right)$ δεν απαντήθηκε ή απαντήθηκε λάθος από 84% των μαθητών.

Θεωρήσαμε απαραίτητο να ερευνήσουμε τις μεθόδους των μαθητών που οδήγησαν σε λάθος απαντήσεις. Αυτό δεν ήταν πάντοτε δυνατόν μια που δεν μπορούσαμε να ελέγξουμε τον τρόπο δουλειάς τους. Από την προσπάθειά μας να ερμηνεύσουμε τις απαντήσεις έχουμε τις παρακάτω παρατηρήσεις:

α) **Ομάδα Α΄** (φυσικοί)

Στην πρόσθεση λάθη που παρουσιάστηκαν ήταν στη μεταφορά της δεκάδας (π.χ. 967 + 2056 = 3013 ή 2023), στην τοποθέτηση των αριθμών

π.χ. 2056
967 +
11726

στην μη κατανόηση της έννοιας του μηδενός σαν ψηφίο θέσης
(π.χ. 967 + 2056 = 323 αντί 3023).

Στην αφαίρεση τα λάθη οφείλονταν κύρια στην αφαίρεση του μικρότερου ψηφίου από το μεγαλύτερο ανεξάρτητα από τη θέση τους (π.χ. 904 − 586 = 482) και στη μεταφορά της δεκάδας (π.χ. 904 − 586 = 418).

Στον πολλαπλασιασμό το μηδέν θεωρήθηκε σαν μονάδα ($9 \cdot 0 \cdot 17 = 9 \cdot 17 = 153$), παρουσιάστηκαν λάθη στην εφαρμογή του αλγορίθμου

$$\left(\begin{array}{r} 403 \\ \underline{\times\ 12} \\ 406 \end{array}\right.$$ ίσως $3 \cdot 2 = 6$, $1 \cdot 0 = 0$, $1 \cdot 4 = 4$), στη μη κατανόηση της έννοιας του μηδενός σαν ψηφίο θέσης (π.χ. $41 \cdot 30 = 123$ αντί 1230), στην εκτέλεση πρόσθεσης ή αφαίρεσης αντί πολλαπλασιασμού (π.χ. $41 \cdot 30 = 71$, $41 \cdot 30 = 11$).

Στη διαίρεση το κύριο λάθος ήταν όταν ο διαιρέτης δεν χωρούσε στον διαιρετέο δεν έβαζαν μηδέν στο πηλίκο (π.χ. 812 : 2 = 46 αντί 406).

β) **Ομάδα Β΄** (δεκαδικοί)

Από τα λάθη των μαθητών παρατηρήσαμε ότι οι δεκαδικοί θεωρήθηκαν σαν «ακέραιοι» με μια υποδιαστολή.

Συγκεκριμένα στην πρόσθεση παρουσιάστηκαν λάθη στην τοποθέτηση των αριθμών π.χ. 16,36 + 1,9 = 16,55 ή 1655 ή 1,655 (αντιμετώπιση αριθμών σαν ακέραιοι),

$$\begin{array}{rr} \text{ή} & 16{,}36 \\ + & 1{,}09 \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & 16{,}36 \\ \text{ή} & +\ 1\ {,}9 \end{array}$$

Στην αφαίρεση οι αριθμοί θεωρήθηκαν σαν «ακέραιοι» και αφαιρέθηκε ο μικρότερος ακέραιος από τον μεγαλύτερο ανεξάρτητα θέσης

(π.χ. 2 − 0,05 = 0,03, 0,2 − 0,15 = 0,13).

Άλλα λάθη ήταν στη μεταφορά της δεκάδας (0,2 − 0,15 = 0,95), στη μη κατανόηση της έννοιας του μηδενός σαν ψηφίο θέσης (π.χ. 0,2 − 0,15 = 0,5 αντί 0,05). Περίεργο φαινόμενο ήταν η εισαγωγή αρνητικού αριθμού (0,2 − 0,15 = − 0,13).

Στον πολλαπλασιασμό η κύρια μέθοδος των μαθητών ήταν ο πολλαπλασιασμός των αριθμών σαν να ήταν ακέραιοι και στο αποτέλεσμα έβαζαν τόσα δεκαδικά ψηφία όσα είχε ο ένας από τους παράγοντες (συνήθως το μεγαλύτερο πλήθος)

(π.χ. $0{,}3 \cdot 0{,}3 = 0{,}9$).

Στον πολλαπλασιασμό δεκαδικού αριθμού με το 100 αντιμετώπισαν τον αριθμό σαν ακέραιο προσθέτοντας απλώς δυο μηδενικά ($0{,}008 \cdot 100 = 0{,}00800$).

Στη διαίρεση υπήρχαν λάθη στη θέση της υποδιαστολής (π.χ. 7,8 : 3 = 26 αντί 2,6) στην εκτέλεση πολλαπλασιασμού αντί διαίρεσης (7,8 : 3 = 23,4), στην εκτέλεση της διαίρεσης 0,16 : 8 αντί 0,8 : 0,16 και στην διαίρεση 0,7 : 0,7 απάντησαν κύρια 0,1 ή 0.

γ) **Ομάδα Γ΄** (κλάσματα)

Από τις απαντήσεις των μαθητών ήταν φανερό ότι οι μαθητές δεν είχαν κατανοήσει την έννοια του κλάσματος, τη σχέση του με τη μονάδα και θεωρούσαν το κλάσμα σαν «2 ακέραιοι που χωρίζονται με μια γραμμή».

Στην πρόσθεση η κύρια μέθοδος ήταν η πρόσθεση αντίστοιχων αριθμητών και παρανομαστών $\left(\frac{3}{16}+\frac{5}{64}=\frac{8}{80}\right)$. Υπήρχαν λάθη στη μετατροπή των κλασμάτων σε ομώνυμα όπου δεν μετέτρεψαν τους αριθμητές $\left(\frac{3}{16}+\frac{5}{64}=\frac{3}{64}+\frac{5}{64}=\frac{8}{64}\right)$ και παρατηρήθηκε εναλλαγή μεσαίων όρων $\left(\frac{3}{16}+\frac{5}{64}=\frac{3}{5}+\frac{16}{64}\right)$.

Στην αφαίρεση η κύρια μέθοδος ήταν η αφαίρεση αντίστοιχων αριθμητών και παρανομαστών και η αφαίρεση των ακεραίων μερών στην περίπτωση των μικτών

$$\left(1-\frac{2}{3}=\frac{1}{1}-\frac{2}{3}=\frac{1}{2},\qquad 5\frac{7}{16}-3\frac{5}{8}=2\frac{2}{8}\right).$$

Άλλα λάθη που παρουσιάστηκαν ήταν στη διάσπαση του μικτού $\left(5\frac{7}{16}=4\frac{17}{16}\right)$ στην αφαίρεση του μικρότερου αριθμητή από τον μεγαλύτερο ανεξάρτητα θέσης

$$\left(5\frac{7}{16}-3\frac{5}{8}=5\frac{7}{16}-3\frac{10}{16}=2\frac{3}{16}\right).$$

Στον πολλαπλασιασμό το πιο συνηθισμένο λάθος ήταν στον πολλαπλασιασμό μικτού επί κλάσματος όπου πολλαπλασίαζαν μόνο τα κλασματικά μέρη

$$\left(2\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{5}=2\frac{1}{15}\right).$$

Στον πολλαπλασιασμό ακεραίου επί κλάσμα πολλαπλασίαζαν τον ακέραιο με τον αριθμητή και παρανομαστή του κλάσματος $\left(4\cdot\frac{3}{7}=\frac{12}{28}\right)$, ενώ παρουσιάστηκε το φαινόμενο τροπής των κλασμάτων σε ομώνυμα και πολλαπλασιασμός μόνο των αριθμητών

$$\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{4}=\frac{8}{12}\cdot\frac{3}{12}=\frac{24}{12}\right).$$

Στη διαίρεση μεγάλο ποσοστό μαθητών δεν απάντησε καθόλου. Λάθη παρουσιά-

στηκαν στη διαίρεση μικτών όπου διαίρεσαν τα αντίστοιχα μέρη $\left(2\frac{1}{2} : 1\frac{1}{4} = 2\frac{1}{2}\right)$ και στη μη αντιστροφή των όρων του δευτέρου κλάσματος $\left(\frac{1}{2} : 8 = \frac{8}{2}\right)$.

β) **Τεστ στη μαθηματική σκέψη**

Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στους πίνακες 9-15.

΄Οπως φαίνεται από τους πίνακες μεγαλύτερο ποσοστό αγοριών από ότι κοριτσιών απάντησε σωστά στα προβλήματα.

**Πρόβλημα 1:** 70% των μαθητών δεν έδωσαν απάντηση που θα μπορούσε να θεωρηθεί σαν «λογική» εξήγηση. Συγκεκριμένα 61% παρασυρόμενοι από τη λέξη «και» προσθέτουν όχι ομοειδή αντικείμενα και δίνουν απάντηση σε ερώτημα άσχετα με τα δεδομένα του προβλήματος (20 + 18 = 38). ΄Αρα 38 χρονών είναι ο καπετάνιος. ΄Αλλες απαντήσεις που δόθηκαν ήταν κύρια η εκτέλεση αφαίρεσης (20 − 18 = 2,2 χρονών) απαντήσεις που αφορούσαν την κριτική του προβλήματος («ωραίο», «πονηρό»...).

**Πρόβλημα 2:** Μόνο 25% των μαθητών έδωσε σωστή απάντηση. Περισσότεροι από τους μισούς μαθητές απάντησαν λάθος με πιο κοινές λάθος απαντήσεις 20 σοκολάτες, 9 σοκολάτες. Από τις απαντήσεις των μαθητών δεν ήταν δυνατό να εκτιμήσουμε τα σημεία του προβλήματος που προκάλεσαν δυσκολία. ΄Ηταν η ύπαρξη του κλάσματος, η ύπαρξη χρημάτων (η σχέση πενηντάρικου και εκατοστάρικου), η εύρεση κάποιας μεθόδου επίλυσης ή οι υπολογιστικές διαδικασίες;

**Πρόβλημα 3:** 71% των μαθητών δεν υπολόγισαν σωστά τον αριθμό των τετραγώνων. Οι περισσότεροι μέτρησαν μόνο τα μικρά τετράγωνα (9 τετρ.) ενώ κάποιοι περιέλαβαν και το εξωτερικό (10 τετράγωνα). ΄Αλλες απαντήσεις που δόθηκαν ήταν κύρια 36 τετράγωνα (ίσως 4 · 9 = 36), 54 τετράγωνα.

**Πρόβλημα 4:** Οι μισοί μαθητές δεν μπόρεσαν να εκφράσουν σωστά κάποιο πρόβλημα που η λύση του να δίνεται από τις δυο πράξεις (του πολλαπλασιασμού και της αφαίρεσης) ενώ 22% των μαθητών δεν έδωσε καμιά απάντηση στο ερώτημα. Από τους μαθητές που έδωσαν λάθος απάντηση η έκφραση του πολλαπλασιασμού παρουσίασε μεγαλύτερη δυσκολία από της αφαίρεσης. Τα πιο συνηθισμένα λάθη στην έκφραση του πολλαπλασιασμού ήταν η έκφραση πρόσθεσης ή διαίρεσης (πιο σπάνια) ή στην περίπτωση έκφρασης του πολλαπλασιασμού για τον υπολογισμό εμβαδού ορθογωνίου, λάθη στις μονάδες μέτρησης. Σε ορισμένες περιπτώσεις η αφαίρεση εκφράστηκε σαν πρόσθεση.

**ΠΙΝΑΚΑΣ 9**

Απαντήσεις στο πρόβλημα 1 του τεστ στη μαθηματική σκέψη

**Πρόβλημα 1** (καραβάκι - καπετάνιος)

| Απαντήσεις | Αριθμός κοριτσιών (%) | Αριθμός αγοριών (%) | Αριθμός μαθητών (%) |
|---|---|---|---|
| Σωστή απάντηση (δεν ξέρω-όσο ήταν) | 19% | 24% | 22% |
| Λάθος απάντηση | 73% | 68% | 70% |
| 38 χρονών | (61%) | (61%) | (61%) |
| Άλλη απάντηση | (12%) | (7%) | (9%) |
| Όχι απάντηση | 8% | 8% | 8% |

**ΠΙΝΑΚΑΣ 10**

Απαντήσεις στο πρόβλημα 2 του τεστ στη μαθηματική σκέψη

**Πρόβλημα 2** (από μνήμης)

| Απαντήσεις | Αριθμός κοριτσιών (%) | Αριθμός αγοριών (%) | Αριθμός μαθητών (%) |
|---|---|---|---|
| Σωστή απάντηση | 22% | 28% | 25% |
| Λάθος απάντηση | 54% | 51% | 52% |
| Όχι απάντηση | 24% | 21% | 22% |

**ΠΙΝΑΚΑΣ 11**

Απαντήσεις στο πρόβλημα 3 του τεστ στη μαθηματική σκέψη

**Πρόβλημα 3** (τετράγωνα)

| Απαντήσεις | Αριθμός κοριτσιών (%) | Αριθμός αγοριών (%) | Αριθμός μαθητών (%) |
|---|---|---|---|
| Σωστή απάντηση (14 τετράγωνα) | 12% | 13% | 12% |
| Λάθος απάντηση | 75% | 67% | 71% |
| 9 τετράγωνα | (35%) | (35%) | (35%) |
| 10 τετράγωνα | (13%) | (17%) | (15%) |
| Άλλη απάντηση | (27%) | (15%) | (21%) |
| Όχι απάντηση | 13% | 20% | 17% |

**ΠΙΝΑΚΑΣ 12**

Απαντήσεις στο πρόβλημα 4 του τεστ στη μαθηματική σκέψη

**Πρόβλημα 4** (δημιουργία ενός προβλήματος)

| Απαντήσεις | Αριθμός κοριτσιών (%) | Αριθμός αγοριών (%) | Αριθμός μαθητών (%) |
|---|---|---|---|
| Σωστή απάντηση | 26% | 31% | 28% |
| Σύνδεση των 2 πράξεων | (22%) | (26%) | (24%) |
| Γραφή 2 ξεχ. προβλ. | (4%) | (5%) | (4%) |
| Λάθος απάντηση | 54% | 46% | 50% |
| Σωστή έκφραση πολ/σμού | (5%) | (3%) | (4%) |
| » » αφαίρεσης | (19%) | (12%) | (15%) |
| Άλλη περίπτωση | (31%) | (31%) | (31%) |
| Όχι απάντηση | 20% | 23% | 22% |

**ΠΙΝΑΚΑΣ 13**

Απαντήσεις στο πρόβλημα 5 του τεστ στη μαθηματική σκέψη

**Πρόβλημα 5** (διάταξη σχημάτων)

| Απαντήσεις | Αριθμός κοριτσιών (%) | Αριθμός αγοριών (%) | Αριθμός μαθητών (%) |
|---|---|---|---|
| Σωστή απάντηση | 21% | 22% | 21% |
| Λάθος απάντηση | 65% | 62% | 63% |
| Όχι απάντηση | 14% | 16% | 15% |

**ΠΙΝΑΚΑΣ 14**

Απαντήσεις στο πρόβλημα 6 του τεστ στη μαθηματική σκέψη

**Πρόβλημα 6** (πρόβλημα αρκούδας)

| Απαντήσεις | Αριθμός κοριτσιών (%) | Αριθμός αγοριών (%) | Αριθμός μαθητών (%) |
|---|---|---|---|
| Σωστή απάντηση | 48% | 38% | 43% |
| Λάθος απάντηση | 40% | 51% | 46% |
| Όχι απάντηση | 12% | 11% | 11% |

**ΠΙΝΑΚΑΣ 15**

Απαντήσεις στο πρόβλημα 7 του τεστ στη μαθηματική σκέψη

**Πρόβλημα 7** (πρόβλημα χωράφι)

| Απαντήσεις | Αριθμός κοριτσιών (%) | Αριθμός αγοριών (%) | Αριθμός μαθητών (%) |
|---|---|---|---|
| Σωστή απάντηση | 46% | 50% | 48% |
| Λάθος απάντηση | 46% | 44% | 45% |
| τρίγωνο | (3%) | (16%) | (10%) |
| τετράγωνο | (42%) | (26%) | (33%) |
| Άλλη απάντηση | (1%) | (2%) | (2%) |
| Όχι απάντηση | 8% | 6% | 7% |

Η πράξη του πολλαπλασιασμού εκφράστηκε κύρια με τον υπολογισμό της τιμής του συνόλου γνωστής της τιμής της μονάδας (π.χ. πόσο στοιχίζουν 18 μαρούλια όταν το καθένα στοιχίζει 30 δραχμές), με την εύρεση του εμβαδού ορθογωνίου χωραφιού διαστάσεων 18 μ. και 30 μ., με τη σύγκριση ποσοτήτων (30 φορές περισσότερες), με την εύρεση πλήθους αντικειμένων όταν είναι τοποθετημένα σε σειρές και είναι γνωστός ο αριθμός των σειρών και ο αριθμός των αντικειμένων σε κάθε σειρά.

Η πράξη της αφαίρεσης εκφράστηκε κύρια με φράσεις όπως «πόσα έμειναν», «πόσα χρωστάει», «πόσα κέρδισε», «ποιος έχει περισσότερα», «πόση έκπτωση έγινε», «πόσο χωράφι είναι αφύτευτο».

Οι μαθητές αναφέρθηκαν σε καταστάσεις κύρια από τον αγροτικό χώρο, καταστάσεις που αφορούσαν αγορά προϊόντων σε μανάβικο, μπακάλικο ή καταστάσεις που αφορούσαν εμπερίες τους όπως «χαρτζιλίκι», «διοργάνωση πάρτυ»... κ.λπ.

Οι αριθμοί που υπήρχαν στα προβλήματα δεν ανταποκρίνονταν τις περισσότερες φορές στην πραγματικότητα (π.χ. 1 μέτρο ύφασμα στοιχίζει 30 δραχμές).

Υπήρχαν επίσης γλωσσικές δυσκολίες των μαθητών ενώ υπήρχαν περιπτώσεις όπου μαθητές με σοβαρά γλωσσικά προβλήματα έγραψαν ένα «μαθηματικά» σωστό πρόβλημα.

**Πρόβλημα 5:** Οι περισσότεροι μαθητές (63%) δεν διέταξαν σωστά τα σχήματα. Η κύρια δυσκολία τους ήταν να διατάξουν τα σχήματα 2, 3 και 5 ενώ μπόρεσαν να αναγνωρίσουν ότι τα σχήματα 4 και 1 ήταν πρώτα στη σειρά διάταξης. Από τους μαθητές που απάντησαν σωστά στο πρόβλημα οι περισσότεροι μέτρησαν τον αριθμό των μικρών τετραγώνων που περιέκλειαν τα σχήματα. Παρουσιάστηκαν προσπάθειες υπολογισμού του εμβαδού χρησιμοποιώντας μαθηματικούς τύπους οι οποίοι ήταν αδύνατο να εφαρμοστούν στην περίπτωση του ψαριού. Ερωτήματα που θα μπορούσαν να τεθούν για το συγκεκριμένο πρόβλημα είναι: έχουν οι μαθητές συνειδητοποιήσει την έννοια της επιφάνειας; Κατά πόσο μπορούν να δίνουν κάποια προσεγγιστική λύση σ' ένα πρόβλημα; Γνωρίζουν την έννοια του μεγαλύτερου ή μικρότερου;

**Πρόβλημα 6:** Αρκετοί μαθητές απάντησαν σωστά (43%) χωρίς να αιτιολογήσουν την απάντησή τους. Περαιτέρω διερεύνηση ίσως χρειάζεται κατά πόσο οι μαθητές που απάντησαν ότι η αρκούδα είναι λευκή είχαν βρει κάποια μέθοδο δουλειάς ή απλώς έδωσαν μια τυχαία απάντηση ίσως επηρεαζόμενοι από τη φράση «1 μίλι βόρεια και σταματάει».

**Πρόβλημα 7:** Σχεδόν οι μισοί μαθητές απάντησαν σωστά. Το πιο κοινό λάθος των μαθητών ήταν η θεώρηση ότι το τετράγωνο έχει πάντα μεγαλύτερη επιφάνεια από το τρίγωνο. Αυτό ίσως ξεκινά από το γεγονός ότι το τετράγωνο χωρίζεται με τη διαγώνιό του σε δυο τρίγωνα οπότε η ελλειπής κατανόηση της έννοιας του εμβαδού δημιουργεί εσφαλμένες εντυπώσεις.

**Συμπεράσματα:**

Συνοψίζοντας τα όσα ήδη έχουμε παρατηρήσει βλέπουμε ότι οι μαθητές στην εκτέλεση των τεσσάρων πράξεων παρουσίασαν

- δυσκολία κύρια στις πράξεις των δεκαδικών και των κλασμάτων (74% των μαθητών απάντησε σωστά σε λιγότερες από τις μισές ασκήσεις της ομάδας των κλασμάτων, 67% των δεκαδικών και 32% των μαθητών της ομάδας των ακεραίων)
- στις πράξεις των φυσικών ιδιαίτερη δυσκολία στον πολλαπλασιασμό (κύρια με παράγοντα το μηδέν) και στη διαίρεση με διψήφιο διαιρέτη, στις πράξεις των δεκαδικών στον πολλαπλασιασμό και στην πρόσθεση και στις πράξεις των κλασμάτων ιδιαίτερα στις πράξεις με μικτούς
- λάθη που οφείλονταν κύρια στην έλλειψη κατανόησης της έννοιας του αριθμού και στη χρήση μηχανιστικών μεθόδων χωρίς δυνατότητα ελέγχου του αποτελέσματος προσεγγιστικά.

Από τις απαντήσεις των μαθητών στα προβλήματα που στόχευαν να ελέγξουν κάποια στοιχεία της μαθηματικής σκέψης παρατηρήσαμε ότι:

- Οι μαθητές παρουσίασαν δυσκολία στο να εντοπίζουν το ζητούμενο σ' ένα πρόβλημα και τη σχέση του με τα δεδομένα (όπως φάνηκε στις απαντήσεις τους στο πρόβλημα με την ηλικία του καπετάνιου και στο πρόβλημα της αρκούδας, 61% πρόσθεσε πρόβατα και βόδια και 43% είπε ότι το χρώμα της αρκούδας είναι «λευκό» χωρίς αιτιολόγηση).
- Η εφαρμογή των αριθμητικών κατακτήσεων στη λύση προβλημάτων της καθημερινής ζωής ήταν μια δύσκολη διαδικασία για τους περισσότερους μαθητές (μόνο 25% των μαθητών έδωσε λύση στο πρόβλημα με τις σοκολάτες και 28% περιέγραψε ένα πρόβλημα που η λύση του να εκφράζεται από πράξη πολλαπλασιασμού και αφαίρεσης).
- Η ερμηνεία πληροφοριών που παρουσιάζονται εποπτικά ποικίλει ανάλογα με τις μαθηματικές έννοιες που έχουν σχηματίσει οι μαθητές (μόνο 12% των μαθητών αναγνώρισε το μέγιστο αριθμό των τετραγώνων που σχηματίζονταν στο σχήμα )
- Προβλήματα κατανόησης μαθηματικών εννοιών, όπως της έννοιας του εμβαδού, ήταν φανερά στο πρόβλημα με το χωράφι σχήματος τετραγώνου και τριγώνου. (48% των μαθητών αναγνώρισε ότι ένα τετράγωνο μπορεί να έχει το ίδιο εμβαδόν με ένα τρίγωνο).
- Το πρόβλημα της διάταξης σχημάτων σύμφωνα με το εμβαδόν τους παρουσίασε ιδιαίτερη δυσκολία (μόνο 21% των μαθητών διέταξε σωστά τα σχήματα).

Όπως φαίνεται από όσα έχουμε ήδη αναφέρει τα αποτελέσματα της έρευνας δεν είναι ενθαρρυντικά. Είναι φανερό ότι υπάρχει κάποιο πρόβλημα όσον αφορά τη μαθηματική παιδεία των μαθητών στο Δημοτικό σχολείο. Το ερώτημα τίθεται «τι είναι αυτό πού φταίει;» Η έρευνα δεν στοχεύει σ' αυτή τη φάση να δώσει απάντηση στο

ερώτημα. Μια πρώτη προσέγγιση θα ήταν να θέσουμε κάποιους προβληματισμούς που ξεκινούν κύρια από την εμπειρία που αποκτήσαμε με τους δασκάλους σε μια ημερίδα όπου παρουσιάσαμε τα αποτελέσματα της έρευνας.

Μήπως οι ώρες διδασκαλίας των μαθηματικών στο Δημοτικό σχολείο δεν επαρκούν για την κάλυψη των αναγκών των μαθητών;

Είναι η δομή των διδακτικών βιβλίων κατάλληλη για τις μαθησιακές ανάγκες των μαθητών ή μήπως δημιουργεί δυσκολίες κατανόησης;

Ποιος είναι ο ρόλος του δασκάλου; Μήπως χρειάζεται συνεχή επιμόρφωση και στήριξη των προσπαθειών του;

Πώς θα φτιάξουμε ένα περιβάλλον μάθησης που να συναντά τα διαφορετικά ενδιαφέροντα και κλίσεις των μαθητών και να δίνει έμφαση στην κατανόηση και ανάπτυξη της σκέψης μαθητών όλων των δυνατοτήτων;

Σε ποιο βαθμό το κοινωνικό περιβάλλον επηρεάζει τις επιδόσεις των μαθητών και πώς θα μπορέσουμε τα Μαθηματικά να είναι κοντά στις εμπειρίες των παιδιών;

Αισιοδοξούμε ότι η προσπάθειά μας αυτή έθεσε το πρόβλημα που υπάρχει στη μαθηματική παιδεία των μαθητών της πρωτοβάθμιας εκπαίδευσης και φανέρωσε περιοχές των μαθηματικών όπου παρουσιάζουν ιδιαίτερη δυσκολία στους μαθητές. Πιστεύουμε ότι θα αποτελέσει την αρχή για μια περαιτέρω μελέτη πάνω στα θέματα μάθησης των Μαθηματικών στο Δημοτικό σχολείο.

Ευχαριστούμε όλους όσους βοήθησαν στην διεκπεραίωση της έρευνας.

**ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ**

1) HMSO, "Better Mathematics", London 1987.

2) Ε. Κοθάλη, «Μαθαίνουν τα παιδιά Μαθηματικά στο Γυμνάσιο», Ευκλείδης Γ΄, Ε.Μ.Ε., Δεκέμβριος 1987.

3) R. Rees and G. Barr, "Diagnosis and Prescription", Harper and Row, London, 1984.

4) ΥΠΕΠΘ, «Αναλυτικά Προγράμματα μαθημάτων του Δημοτικού σχολείου», ΟΕΔΒ, 1987.