

Author: Γ Ωραιόπουλος

Title: Προβλήματα εμβαδόν

Creator: HDML

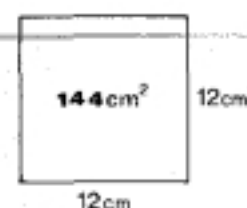
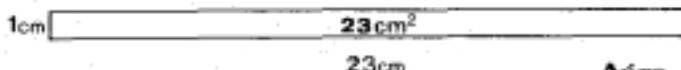
Προβλήματα Εμβαδών

Γ. Ωραιόπουλος

B24 Σχεδιάζουμε ορθογώνια παραλληλόγραμμα που να έχουν σταθερή περίμετρο 48 cm το καθένα. Να σχηματιστεί πίνακας που να δείχνει τις διαστάσεις των ορθογώνιων αυτών με τα αντίστοιχα εμβαδά τους. Τί παρατηρούμε;

Λύση

8	23	22	20,5	15	12	10	7,2/3	4	2,5	0,5
υ	1	2	3,6	9	12	14	16 1/3	20	21,4	23,5
E	23	44	71,15	125	144	140	125,2/9	80	55,64	11,75

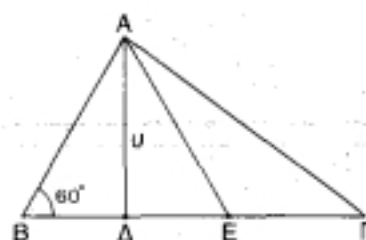


Παρατηρούμε ότι, όσο μεγαλύτερη είναι η διαφορά των δύο διαστάσεων στα ορθογώνια τόσο μικρότερο είναι το εμβαδόν. Ωστε από τα ορθογώνια που έχουν σταθερή περίμετρο μεγαλύτερο εμβαδόν έχει το τετράγωνο.

B25 Μπορείτε να σχεδιάσετε ορθογώνια που να έχουν σταθερό εμβαδόν 64 cm² το καθένα. Να εργαστείτε όπως το προηγούμενο πρόβλημα με δικά σας παραδείγματα για δύο διαστάσεις των ορθογώνιων αυτών των οποίων να υπολογίσετε και την αντίστοιχη περίμετρο. Τί παρατηρείτε;

Υπόδειξη. Αν πάρετε μια αυθαίρετη βάση 32 cm το αντίστοιχο ύψος θα είναι 64 : 32 = 2 cm και η περίμετρος 32 + 2 + 32 + 2 = 68 cm

B26 Τρίγωνο ΑΒΓ έχει την πλευρά ΒΓ = a = 10 cm την ΑΒ = 6 cm και την γωνία Β = 60°. Πόσο είναι το ύψος του ΑΔ και πόσο το εμβαδόν του;



Λύση

Πάνω στην πλευρά ΒΓ παίρνουμε ένα τμήμα ΒΕ = 6 cm τότε το τρίγωνο ΑΒΕ είναι ισοπλευρό και το ύψος του ΑΔ είναι διάμεσος και διχοτόμος της γωνίας ΒΑΕ.

$$\text{Άρα η } ΒΔ = \frac{ΒΕ}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ cm} \quad \text{Κατά το πυθαγόρειο θεώρημα } ΑΒ^2 = ΑΔ^2 + ΒΔ^2 \text{ ή } ΑΔ^2 = ΑΒ^2 - ΒΔ^2 = 6^2 - 3^2 = 36 - 9 = 27 \text{ και } ΑΔ = υ = \sqrt{27} = \sqrt{3^3} = \sqrt{3^2 \cdot 3} = 3\sqrt{3} \text{ cm} = 3 \cdot 1,73 = 5,19 \text{ cm}$$

Το υ μπορεί να υπολογιστεί και με τη βοήθεια της Τριγωνομετρίας: Στο ορθογώνιο τρίγωνο ΑΔΒ το

$$\eta\mu Β = \frac{\text{απέναντι κάθετη πλευρά}}{\text{υποτείνουσα}} = \frac{ΑΔ}{ΑΒ} = \frac{υ}{6} \quad \text{Τότε } υ = 6\eta\mu Β \text{ αλλά το } \eta\mu Β = \eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = 0,87$$

$$\text{ώστε } υ \approx 6 \cdot 0,87 = 5,22.$$

$$\text{Το } E_{\triangle ΑΒΓ} = \frac{ΒΓ \cdot ΑΔ}{2} = \frac{10 \cdot 3\sqrt{3}}{2} = 15\sqrt{3} \approx 15 \cdot 1,73 = 25,95 \text{ cm}^2$$

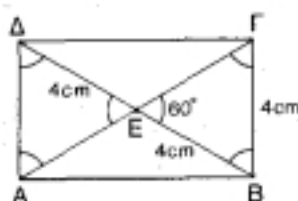
B27 Ορθογώνιο και ισοσκελές τρίγωνο έχει εμβαδόν 18 cm². Να υπολογιστούν τα μήκη των πλευρών του.

Υπόδειξη: Ε τρίγωνου = $\frac{β \cdot υ}{2}$. Αν πάρουμε βάση τη μια κάθετη πλευρά, η άλλη κάθετη πλευρά θα είναι το ύψος.

- B28** Ο ρόμβος όπως ξέρετε έχει τις 4 πλευρές του ίσες και τις διαγώνιες κάθετες. Το εμβαδόν του βρίσκεται με το ημιγινόμενο των διαγώνιων $\left(E = \frac{\Delta \cdot \delta}{2} \right)$. Αν ένας ρόμβος έχει διαγώνιες 40 cm και 30 cm. Να υπολογίσετε τις πλευρές του, το εμβαδόν του και την απόσταση των απέναντι πλευρών του.

- B29** Σε ισοσκελές και ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ με ίσες πλευρές $AB = AG = 10$ cm να κατασκευάσετε τη διχοτόμο της γωνίας Α. Αν αυτή τέμνει την υποτείνουσα στο Δ, μήπως η ΑΔ είναι διάμεσος και ύψος; Μπορείτε να υπολογίσετε το μήκος της ΒΓ, της ΔΓ και το εμβαδόν του τριγώνου ABΓ με δύο τρόπους.

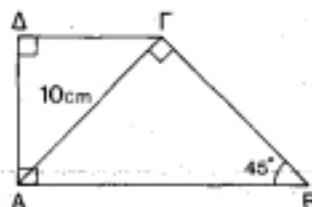
- B30** Ορθογωνίου παραλληλογράμμου οι ίσες διαγώνιές του έχουν μήκος 8 cm η κάθεμά και σχηματίζουν μεταξύ τους γωνία 60° . Πόσο μήκος έχουν οι πλευρές του ορθογωνίου και πόσα cm^2 είναι το εμβαδόν του;



Λύση

Είναι γνωστό ότι οι διαγώνιες του ορθογωνίου τέμνονται στο μέσον τους δηλαδή $AE = EG = BE = DE = 8/2 = 4$ cm. Τα τρίγωνα AED και BEΓ είναι ισοσκελή και επειδή έχουν μία γωνία 60° και τις άλλες δύο γωνίες τους, που είναι ίσες επειδή είναι στη βάση των ισοσκελών τριγώνων, επίσης 60° ώστε τα δύο αυτά τρίγωνα είναι ισόπλευρα. Άρα $AD = BG = 4$ cm. Στο ορθογώνιο τρίγωνο AΒΔ είναι γνωστά η υποτείνουσα $BD = 8$ cm και η μια κάθετη πλευρά $AD = 4$ cm. Κατά το Πυθαγόρειο θεώρημα $AB^2 + AD^2 = BD^2$ ή $AB^2 + 4^2 = 8^2$. Άρα $AB^2 = 8^2 - 4^2$ ή $AB^2 = 64 - 16 = 48$ και $AB = \sqrt{48} = \sqrt{3 \cdot 4^2} = 4\sqrt{3} \approx 4 \cdot 1,7$ cm = 6,8 cm = ΓΔ. Το εμβαδόν $E = AB \cdot AD = 4\sqrt{3} \cdot 4 = 16\sqrt{3} \text{ cm}^2 = 16 \cdot 1,7 = 27,2 \text{ cm}^2$

- B31** Σ' ένα τραπέζιο ABΓΔ οι βάσεις AB και ΔΓ είναι κάθετες στην πλευρά ΑΔ, η γωνία $B = 45^\circ$ και η $\hat{A}BG = 1^\circ$. Αν η μικρή διαγώνιος $AG = 10$ cm, να υπολογιστούν τα μήκη των πλευρών του τραpezίου και το εμβαδόν του.



Υπόδειξη. Προσέξτε τα είδη των τριγώνων AΓB και AΔΓ. Εφαρμόστε το Πυθαγόρειο θεώρημα και τον τύπο

$$E_{\text{trap.}} = \frac{(B + \beta) \cdot \upsilon}{2}$$

- B32** Ένα οικόπεδο αξίας 32.000 δρχ. το m^2 στοιχείζει 1.036.800 δρχ. Αν το οικόπεδο έχει σχήμα τετραγώνου, πόσα m είναι κάθε πλευρά του.

- B33** Σ' ένα ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ η κάθετη πλευρά AB με μήκος 50 cm, σχηματίζει με την υποτείνουσα ΒΓ γωνία 36° . Με τα δύο αυτά στοιχεία είναι εύκολο να βρείτε τις δύο άλλες πλευρές του τριγώνου και το εμβαδόν του. Για προσαθείστε.

- B34** Ξεροντάς δύο πλευρές ενός τριγώνου και την περιεχόμενη απ' αυτές γωνία υπάρχει ο τύπος $\text{Εμβαδόν τριγώνου} = 1/2 \beta \gamma \eta\mu\hat{A}$. Μπάνει το πρόβλημα να τον αποδείξουμε και να τον εφαρμόσουμε αν $\beta = 8$ cm, $\gamma = 6,5$ cm και $\hat{A} = 30^\circ$.

