Author: Τ. Πολύδωρος

Title: Χρήση του δενδροδιαγράμματος για τον υπολογισμό της πιθανότητας

Creator: HDML

Χρήση του δεντροδιαγράμματος για τον υπολογισμό της πιθανότητας

Τάκης Πολύδωρος

Πολλά φαινόμενα της καθημερινής μας ζωής χαρακτηρίζονται από μια αβεβαιότητα, όσον αφορά την τελική τους έκβαση. Π.χ. δεν μπορούμε να προδικάσουμε το αποτέλεσμα στα επόμενα ερωτήματα:

- Θα φτάσουμε ακριβώς τη συμφωνημένη ώρα στο ραντεβού μας, αν πάρουμε το λεωφορείο;
- Θα έχουμε πονοκέφαλο την επόμενη μέρα;
- Η ομάδα μας θα βγεί νικήτρια στον επόμενο αγώνα της;

Σίγουρα όμως μας ενδιαφέρει να εκτιμήσουμε την **πιθανότητα**, όπως λέμε, να πραγματοποιηθεί ένα **ενδεχόμενο**, π.χ. την πιθανότητα:

- Να κερδίσουμε τον πρώτο αριθμό του λαχείου.
- Να κερδίσει η ομάδα μας ένα συγκεκριμένο αγώνα.

Είναι έντονη η επιθυμία του ανθρώπου να γνωρίσει την πιθανότητα **πραγματοποίησης φαινομένων**, που το αποτέλεσμά τους δεν μπορεί να προβλεφθεί με βεβαιότητα. Λέμε τότε ότι αυτά είναι τυχαία φαινόμενα.

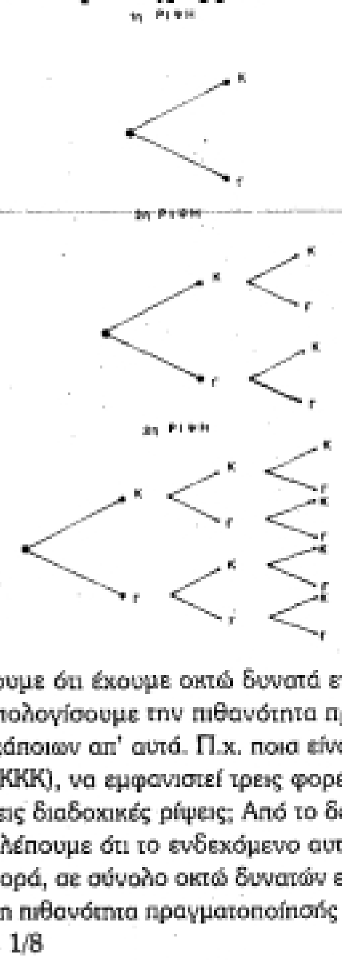
Όταν αφήνουμε ένα νόμισμα να πέσει, έχουμε ένα τυχαίο φαινόμενο, αφού δεν είναι δυνατό να προβλέψουμε με βεβαιότητα, ποιο από τα δυο ενδεχόμενα που αφορούν την όψη του νομίσματος θα πραγματοποιηθεί. Το ενδεχόμενο η όψη να είναι "κεφάλι" (Κ), ή "γράμματα" (Γ).

Είναι φανερό πως η ρίψη του νομίσματος, μπορεί να επαναλαμβάνεται κάτω από τις "**ίδιες**" συνθήκες, όμως δεν μας δίνει πάντοτε το ίδιο αποτέλεσμα.

Προφανώς κατά τη ρίψη ενός νομίσματος, τα αναμενόμενα ενδεχόμενα: "κεφάλι" (Κ), "γράμματα" (Γ)είναι **ισοπίθανα**, αφού κανένας λόγος δεν συντρέχει, ώστε να εμφανιστεί η μία όψη του αντί της άλλης, Γι' αυτό οι πιθανότητες:
Ρ(Κ), Να εμφανιστεί "κεφάλι" και Ρ(Γ) να εμφανιστεί "γράμματα", έχουν το ίδιο ποσοστό πραγματοποίησης

δηλαδή είναι $P(K) = P(\Gamma) = 50\% = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$

Ας υποθέσουμε τώρα ότι ρίχνουμε ένα νόμισμα τρεις φορές. Τότε μπορούμε να βρούμε όλα τα δυνατά αποτελέσματα (ενδεχόμενα) των τριών διαδοχικών ρίψεων, με τη βοήθεια του παρακάτω σχήματος που λέγεται "**δεντροδιάγραμμα**".



Βλέπουμε ότι έχουμε οκτώ δυνατά ενδεχόμενα. Θα υπολογίσουμε την πιθανότητα πραγματοποίησης κάποιων απ' αυτά. Π.χ. ποια είναι η πιθανότητα Ρ(ΚΚΚ), να εμφανιστεί τρεις φορές "κεφάλι", σε τρεις διαδοχικές ρίψεις; Από το δεντροδιάγραμμα βλέπουμε ότι το ενδεχόμενο αυτό προκύπτει μια φορά, σε σύνολο οκτώ δυνατών ενδεχομένων, άρα η πιθανότητα πραγματοποίησής του είναι: Ρ(ΚΚΚ) = 1/8

Ας υποθέσουμε τώρα ότι ρίξαμε το νόμισμα δυο φορές και ότι το αποτέλεσμα είναι ΚΚ, δηλαδή δύο φορές "κεφάλι". Αν ρίξουμε το νόμισμα και τρίτη φορά, ποια θα είναι άραγε η πιθανότητα να έχουμε ΚΚΚ, δηλαδή τρεις φορές "κεφάλι" στις τρείς ρίψεις; Θα είναι πάλι Ρ(ΚΚΚ) = 1/8; Ας το εξετάσουμε.

Αφού είχαμε δυο φορές "κεφάλι" πριν τη τρίτη ρίψη, είναι φανερό ότι αρκεί να εμφανιστεί "κεφάλι" Κ στην τρίτη ρίψη. Άρα η πιθανότητα Ρ(ΚΚΚ) του ενδεχομένου τρεις φορές "κεφάλι", είναι τώρα ίδια με την πιθανότητα Ρ(Κ) να εμφανιστεί "κεφάλι" στην τρίτη ρίψη. Επομένως έχουμε: Ρ(ΚΚΚ) = 1/2, δηλαδή η πιθανότητα αυξήθηκε σημαντικά. Απαιτείται λοιπόν μεγάλη προσοχή κατά τον υπολογισμό της πιθανότητας ενός ενδεχομένου.

Συχνά λαθεμένες αντιλήψεις και ψυχολογικά αίτια, μας οδηγούν σε σφάλματα κατά τον υπολογισμό της πιθανότητας. Π.χ. ένα ζευγάρι που έχει ήδη αποκτήσει τρία αγόρια, αισθάνεται ότι έχει μεγαλύτερη πιθανότητα το τέταρτο παιδί να είναι κορίτσι.

Στην πραγματικότητα η πιθανότητα να αποκτήσει κορίτσι είναι 1/2, όση και η πιθανότητα να αποκτήσει αγόρι. Το ζευγάρι οδηγείται σε λάθος εκτίμηση της πιθανότητας, διότι πιστεύει ότι τα αποτέλεσμα ενός ανεξάρτητου γεγονότος (εδώ το φύλο ενός παιδιού γεννιέται) συναρτάται με την έκβαση παρόμοιων γεγονότων που συνέβησαν στο παρελθόν, πράγμα που δεν συμβαίνει στην πραγματικότητα. Αλλά όπως είπε κάποιος, "η τύχη δεν έχει ούτε μνήμη, ούτε συνείδηση".

Συνήθως η ευχέρεια με την οποία ανακαλούμε στη μνήμη μας κάποια γεγονότα που μας έκαναν εντύπωση μας δημιουργεί την αίσθηση της αυξημένης πιθανότητας να συμβούν. Π.χ. πολλοί άνθρωποι πιστεύουν ότι διατρέχουν μεγαλύτερο κίνδυνο αν ταξιδέψουν με αεροπλάνο, παρ' ότι με αυτοκίνητο. Αυτό μάλλον οφείλεται στην έντονη προβολή των αεροπορικών ατυχημάτων από τα μέσα μαζικής ενημέρωσης.

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Γ28 Δύο φίλοι παίζουν ένα επιτραπέζιο παιχνίδι. Νικητής θα είναι εκείνος που πρώτος θα κερδίσει δυο παρτίδες. Να βρείτε με δεντροδιάγραμμα όλα τα δυνατά ενδεχόμενα.

Γ29 Ένα ζευγάρι έχει τρία παιδιά. Να βρείτε όλα τα δυνατά ενδεχόμενα για το φύλο των παιδιών.

Γ30 Ρίχνουμε ένα νόμισμα μέχρι να φέρουμε γράμματα (Γ). Αν ρίξαμε το νόμισμα το πολύ τρεις φορές, βρείτε όλα τα δυνατά αποτελέσματα.

Γ31 Ρίχνουμε δυο νομίσματα συγχρόνως. Να βρείτε την πιθανότητα να προκύψει:
i) Ένδειξη ΚΚ
ii) Δύο όμοιες ενδείξεις
iii) Δυο διαφορετικές ενδείξεις.

Γ31 Ρίχνουμε μαζί ξένα νόμισμα και ένα ζάρι. Να βρείτε την πιθανότητα να προκύψει.
i) Κεφάλι και άρτιος αριθμός
ii) Γράμματα και πρώτος αριθμός.