

Author: Σ. Γεωργίου

Title: Ποσά ανάλογα και εφαρμογές τους

Creator: HDML



## Ποσά ανάλογα και εφαρμογές τους

Σπ. Γεωργίου

Στην καθημερινή μας ζωή ερχόμαστε συχνά στην ανάγκη να απαντήσουμε σε ερωτήματα, στα οποία ζητείται να βρούμε την αξία, την ποσότητα, το κέρδος, το μέγεθος κ.α., διαφόρων ποσοτήτων.

Π.χ. Στο κρεοπωλείο που πηγαίνουμε αναρωτιόμαστε πόσο κοστίζει κάθε φορά η ποσότητα του κρέατος που αγοράζουμε, ή κατά την αγορά ενός προϊόντος την περίοδο των εκπτώσεων, αναρωτιόμαστε πόσα χρήματα θα εξοικονομήσουμε από την έκπτωση που γίνεται κ.α.

Ας δούμε λοιπόν ένα τρόπο που θα μπορούμε να αντιμετωπίσουμε τέτοια ερωτήματα, μέσα από τη λύση του παρακάτω προβλήματος:

**“Από 3 κιλά ελιές θγάζουμε ένα κιλό λάδι. Πόσα κιλά ελιές απαιτούνται για να παράγουμε 2 κιλά λάδι;”**

Η εμπειρία μας μας οδηγεί να απαντήσουμε αμέσως ότι απαιτούνται 6 κιλά ελιές, δηλαδή τα διπλάσια.

Και αν θέλαμε 5 κιλά λάδι;

Ε, τότε φυσικά χρειάζονται 5-πλάσια κιλά ελιές, δηλαδή  $5 \cdot 3 = 15$  κιλά ελιές.

Βλέπουμε λοιπόν ότι αφού ξέρουμε πως για ένα κιλό λάδι απαιτούνται 3 κιλά ελιές, για να βρούμε πόσα κιλά λάδι φτιάχνουμε από  $x$  κιλά ελιές αρκεί, να πολλαπλασιάσουμε το  $x$  με το 3.

Ας κατασκευάσουμε τώρα ένα πίνακα που θα περιέχει τις αντίστοιχες τιμές των ποσών “Κιλά λάδι”, και “Κιλά ελιές”, που θα τον ονομάσουμε πίνακα αντίστοιχων τιμών.

Κιλά λάδι	1	2	5
Κιλά ελιές	3	6	15

Ας δούμε τους λόγους των αντίστοιχων τιμών:

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{5}{15}$$

Είναι ίσοι! Αυτό όμως δεν είναι τυχαίο, γιατί κάθε φορά που πολλαπλασιάζουμε με ένα αριθμό τα κιλά

λάδι, τότε με τον ίδιο αριθμό πολλαπλασιάζουμε και τα κιλά ελιές.

Αλλά όπως έχουμε μάθει, αν πολλαπλασιάσουμε τον αριθμητή και τον παρονομαστή ενός κλάσματος με το ίδιο αριθμό, τότε προκύπτει ένα ισοδύναμο κλάσμα.

$$\text{Επομένως } \frac{1}{3} = \frac{2 \cdot 1}{2 \cdot 3} = \frac{5 \cdot 1}{5 \cdot 3} \text{ ή}$$

$$\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{5}{15}$$

Σε αυτή την περίπτωση οι αριθμοί 1, 2, 5 θα λέγονται **ανάλογοι** αντιστοίχως με τους αριθμούς 3, 6, 15, ενώ τα ποσά που αντιπροσωπεύουν, δηλαδή τα “Κιλά λάδι” και “Κιλά ελιές”, θα λέγονται **ανάλογα ποσά**.

Αντιλαμβανόμαστε φυσικά από την εμπειρία μας πως όσο περισσότερο λάδι θέλουμε, τόσο **ανάλογα** περισσότερες ελιές θα χρειαζόμαστε.

Ας ξαναγυρίσουμε στο αρχικό μας πρόβλημα και ας το διατυπώσουμε λίγο διαφορετικά:

**“Αν από 6 κιλά ελιές θγάζουμε 2 κιλά λάδι, πόσα κιλά ελιές απαιτούνται για να παράγουμε 5 κιλά λάδι;”**

Τώρα στο πρόβλημα μας δεν ξέρουμε πόσα κιλά ελιές απαιτούνται για να παράγουμε ένα κιλό λάδι, ώστε να απαντήσουμε αμέσως.

Μπορούμε λοιπόν να λύσουμε το πρόβλημά μας βρίσκοντας πρώτα πόσα κιλά ελιές χρειαζόμαστε για να παράγουμε ένα κιλό λάδι, κάνοντας τη διαίρεση  $6:2$ , και έπειτα να πολλαπλασιάσουμε το πηλίκο της διαίρεσης με τον αριθμό 5.

Υπάρχει όμως και ένας άλλος τρόπος για να ενεργήσουμε:

Η εμπειρία μας μας δίνει μια επιπλέον πληροφορία για το νέο πρόβλημα: **“Οτι τα ποσά “Κιλά λάδι”, και “Κιλά ελιές”, είναι ανάλογα.**

Έτσι τώρα είμαστε σε θέση να δώσουμε απάντηση στο πρόβλημα μας ως εξής:

Αν  $x$  είναι τα κιλά ελιές που απαιτούνται, τότε επειδή τα ποσά "Κιλά λάδι", και "Κιλά ελιές" είναι ανάλογα, από τον πίνακα των αντίστοιχων τιμών:

Κιλά λάδι	2	5
Κιλά ελιές	6	$x$

έχουμε:  $\frac{2}{6} = \frac{5}{x}$  ή

$2 \cdot x = 6 \cdot 5$  ή  $2 \cdot x = 30$  ή  $x = 30 : 2$  ή  $x = 15$

Με αυτό λοιπόν τον τρόπο μπορούμε να αντιμετωπίσουμε κάθε πρόβλημα που αντιλαμβανόμαστε ότι έχει ποσά ανάλογα.

**(Προσοχή!)** Υπάρχουν και ποσά που συμμεταβάλλονται, δηλαδή αυξάνονται ή ελλοτώνονται συγχρόνως, και δεν είναι ανάλογα.

Π.χ. Το ανάστημα ενός παιδιού και η ηλικία του. Θα πρέπει λοιπόν να είμαστε σίγουροι ότι τα ποσά που έχουμε είναι ανάλογα. Ένας τρόπος που μας το εξασφαλίζει αυτό όταν έχουμε τον πίνακα των αντίστοιχων τιμών τους, είναι ότι οι λόγοι των αντίστοιχων τιμών τους θα πρέπει να είναι ίσοι.

Διαφορετικά η εμπειρία μας θα είναι αυτή που θα μας οδηγήσει στο αυτό το συμπέρασμα.)

Ας δούμε μερικά προβλήματα:

**1ο) Για να αγοράσουμε 5 μέτρα ενός υφάσματος πληρώνουμε 12.800 δρχ. Να βρεθεί: i) Πόσα μέτρα υφάσματος αγοράζουμε με 20.480 δρχ.; ii) Πόσο κοστίζουν τα 12 μέτρα του ίδιου υφάσματος;**

**Απάντηση:** Τα ποσά "Μέτρα υφάσματος" και "Αξία υφάσματος" είναι ανάλογα. Έτσι αν υποθέσουμε ότι με 20.480 δρχ. μπορούμε να αγοράσουμε  $x$  μέτρα υφάσματος, ενώ ότι τα 12 μέτρα του ίδιου υφάσματος κοστίζουν  $y$  δρχ., τότε κατασκευάζουμε τον ακόλουθο πίνακα τιμών:

Μέτρα υφάσματος	5	$x$	12
Αξία υφάσματος	12.800	20.480	$y$

Παίρνοντας τώρα τους ίσους λόγους από τον πίνακα των αντίστοιχων τιμών έχουμε:

i)  $\frac{5}{12.800} = \frac{x}{20.480}$  ή  
 $12.800 \cdot x = 5 \cdot 20.480$  ή  
 $12.800 \cdot x = 104.000$  ή  
 $x = 104.000 : 12.800$  ή

$x = 8$

ii)  $\frac{5}{12.800} = \frac{12}{y}$  ή  
 $5 \cdot y = 12 \cdot 12.800$  ή  
 $5 \cdot y = 153.600$  ή  
 $y = 153.600 : 5$  ή  
 $y = 30.720$

**2ο) Η τιμή αγοράς ενός ποδηλάτου είναι 25.000. Να βρεθεί πόσο θα αγοράσουμε το ποδήλατο, αν ο καταστηματάρχης μας κάνει έκπτωση 15%.**

**Απάντηση:** Στις 100 δρχ. που θα δίνουμε, ο καταστηματάρχης μας κάνει έκπτωση 15 δρχ. και πληρώνουμε 85 δρχ.

Αν  $x$  λοιπόν είναι η αξία του ποδηλάτου μετά την έκπτωση, τότε κατασκευάζουμε τον παρακάτω πίνακα των αντίστοιχων τιμών:

Αξία πριν την έκπτωση	100	25.000
Αξία μετά την έκπτωση	85	$x$

Επειδή τα ποσά "Αξία πριν την έκπτωση", και "Αξία μετά την έκπτωση" είναι ανάλογα, αφού όσο μεγαλύτερη είναι η αξία, τόσο **ανάλογα** μεγαλύτερη είναι και η έκπτωση που γίνεται, τότε από τον πίνακα των αντίστοιχων τιμών έχουμε:

$\frac{100}{85} = \frac{25.000}{x}$  ή  
 $100 \cdot x = 85 \cdot 25.000$  ή  
 $100 \cdot x = 2.125.000$  ή  
 $x = 2.125.000 : 100$  ή  
 $x = 21.250$

**3ο) Να εξεταστεί αν τα ποσά, που οι αντίστοιχες τιμές τους δίνονται από τον παρακάτω πίνακα, είναι ανάλογα.**

3	9	10,5	12	15,4
5	15	17,5	20	27,5

**Απάντηση:** Θα εξετάσουμε τους λόγους των αντίστοιχων τιμών τους, και αν τους βρούμε **όλους** ίσους, τότε τα ποσά που αντιπροσωπεύει ο παραπάνω πίνακας θα είναι ανάλογα.

Έχουμε λοιπόν:  $\frac{3}{5} = 0,6$ ,  $\frac{9}{15} = 0,6$ ,  $\frac{10,5}{17,5} = 0,6$   
 $\frac{12}{20} = 0,6$ ,  $\frac{15,4}{27,5} = 0,56$

Άρα τα ποσά που εξετάζουμε δεν είναι ανάλογα, επειδή η τιμή του τελευταίου λόγου δεν είναι ίση με τις τιμές των προηγούμενων.

**4ο) Για να βάψουμε έναν τοίχο επιφάνειας  $6 \text{ m}^2$  χρειάζονται 2 κιλά μπογιά. Αν 3 κιλά μπογιάς κοστίζουν 2.850 δρχ., να βρεθεί πόσα θα πληρώσουμε για να βάψουμε έναν τοίχο  $27 \text{ m}^2$ ;**

**Απάντηση:** Θα πρέπει πρώτα να βρούμε πόσα κιλά μπογιά απαιτούνται για να βάψουμε τον τοίχο επιφάνειας  $27 \text{ m}^2$ .

Αν  $x$  λοιπόν είναι τα κιλά μπογιά που απαιτούνται, τότε κατασκευάζουμε τον παρακάτω πίνακα αντίστοιχων τιμών:

$\text{m}^2$ Επιφάνειας	6	27
Κιλά μπογιά	2	$x$

Επειδή τα ποσά " $\text{m}^2$  Επιφάνειας" και "Κιλά μπογιά", είναι ανάλογα, αφού όσο μεγαλύτερη επιφάνεια έχουμε να βάψουμε τόσο **ανάλογα** περισσότερη μπογιά χρειαζόμαστε, από τον πίνακα των αντίστοιχων τιμών έχουμε:

$$\begin{aligned} \frac{6}{2} &= \frac{27}{x} && \text{ή} \\ 6 \cdot x &= 2 \cdot 27 && \text{ή} \\ 6 \cdot x &= 54 && \text{ή} \\ x &= 54 : 6 && \text{ή} \\ x &= 9 \end{aligned}$$

Αν τώρα υποθέσουμε ότι πρέπει να πληρώσουμε  $y$  δρχ. για να αγοράσουμε την μπογιά που απαιτείται για να βάψουμε τον τοίχο επιφάνειας  $27 \text{ m}^2$ , κατασκευάζουμε τον ακόλουθο πίνακα τιμών:

Κιλά μπογιά	3	9
Αξία μπογιάς	2.850	$y$

Επειδή τα ποσά "Κιλά μπογιά" και "Αξία μπογιάς", είναι ανάλογα, αφού όσο περισσότερη μπογιά αγοράζουμε τόσο **ανάλογα** περισσότερα χρήματα πληρώνουμε, από τον πίνακα των αντίστοιχων τιμών έχουμε:

$$\begin{aligned} \frac{3}{2.850} &= \frac{9}{y} && \text{ή} \\ 3 \cdot y &= 9 \cdot 2.850 && \text{ή} \\ 3 \cdot y &= 25.650 && \text{ή} \\ y &= 25.650 : 3 && \text{ή} \\ y &= 8.550 \end{aligned}$$

## Προτεινόμενες Ασκήσεις

**A<sub>12</sub>** Ένας γεωργός καλλιέργησε 6 στρέμματα γης και παρήγαγε 8 τόννους πατάτες. Πόσα στρέμματα της ίδιας απόδοσης πρέπει να καλλιεργήσει για να παράγει 14 τόννους πατάτες;

**A<sub>13</sub>** Ο Σπύρος αγόρασε 5 κούτια με 3 μαρκαδόρους στο καθένα, και πλήρωσε 1.450 δρχ. Από τους ίδιους μαρκαδόρους η Βαρβάρα αγόρασε 3 κούτια με 6 μαρκαδόρους στον καθένα. Πόσες δρχ. πλήρωσε;

**A<sub>14</sub>** Οι  $4 \frac{3}{4}$  τόννοι βωξίτη δίνουν 320 κιλά αλουμίνιο. Πόσα κιλά αλουμίνιο δίνουν 1.900 κιλά βωξίτη;

**A<sub>15</sub>** Ένα πολυκατάστημα έχει έκπτωση στα είδη ρουχισμού 30 %. Ποια ήταν η αρχική τιμή ενός παντελονιού που αγοράσαμε με 10.500 δρχ.;

**A<sub>16</sub>** Ένας αμπελουργός από 150 κιλά σταφύλια έβγαλε 105 κιλά μούστο. Πόσα κιλά σταφύλια πρέπει να πατήσει, για να γεμίσει 6 βαρέλια που το καθένα χωράει 350 κιλά μούστο;

**A<sub>17</sub>** Η κα Μαρία αγόρασε για το χωλ ένα καλί με διαστάσεις 2,5 m και 1,5 m και πλήρωσε 18.750 δρχ. Για το σαλόνι αγόρασε ένα καλί ίδιας ποιότητας, το οποίο είχε διαστάσεις 3,5 m και 2,5 m. Πόσες δρχ. πλήρωσε για το καλί του σαλονιού;

**A<sub>18</sub>** Ένας μανάβης πούλησε στη λαϊκή αγορά 12 τελάρα ντομάτες των 25 κιλών και εισέπραξε 45.000 δρχ. Την επόμενη εβδομάδα όμως πούλησε 15 τελάρα των 18 κιλών. Πόσες δρχ. εισέπραξε;

διαδώστε τον  
**ΕΥΚΛΕΙΔΗ** α

Κάντε στους φίλους σας  
χριστουγεννιάτικο δώρο  
τη συνδρομή του