

Author: Λ. Καπετανός

Title: Πόσο τοις εκατό ;

Creator: HDML

Πόσο τοις εκατό (%)

Λ. Καπετανός

Αναμφισβήτητα θα έχετε ακούσει ή θα έχετε χρησιμοποιήσει την φράση «Πόσο τοις εκατό» ή τη λέξη ποσοστό, γιατί χρησιμοποιούνται τόσο στην καθημερινή επικοινωνία των ανθρώπων (μέσα μαζικής επικοινωνίας, εφημερίδες, περιοδικά κλπ), όσο και στη σχολική ζωή σε διάφορα μαθήματα. Πολλοί προσπαθούν να προβλέψουν σε προεκλογική περίοδο τα ποσοστά που θα πετύχουν τα κόμματα στις επικείμενες εκλογές. Οι οικονομολόγοι μιλούν για τον πληθωρισμό –ποσοστό αύξησης των τιμών των προϊόντων. Οι εργαζόμενοι για τα ποσοστά εκπτώσεων στα προϊόντα που πουλούν σε περιόδους εκπτώσεων. Μ' αυτό το θέμα θα ασχοληθούμε στο άρθρο αυτό, με τη βοήθεια μερικών συγκεκριμένων προβλημάτων.

Πρόβλημα 1ο: Εκπτώσεις στις τιμές

Η Χριστίνα πήγε με τον πατέρα της για ψώνια στα μαγαζιά. Ήθελε να αγοράσει καινούργια αθλητικά παπούτσια. Αφού περιεργάσθηκαν την αγορά, σταμάτησαν σε ένα κατάστημα που έγραφε σε μεγάλη ταμπέλα: «Έκπτωση 30% επί των αναγραφόμενων τιμών» Τα μάτια της Χριστίνας σταμάτησαν σ' ένα ζευγάρι παπούτσια, που της άρεσαν. Μία μικρή ταμπελίτσα έγραφε «τιμή 15.000 δρχ.» Η Χριστίνα μπερδεύτηκε λίγο. Πόσο άραγε πωλούνται αυτά τα παπούτσια; Ας τη βοηθήσουμε λίγο να το βρεί.

Πρώτα απ' όλα ας δούμε τι σημαίνει η λέξη έκπτωση. Προέρχεται από το ρήμα εκπίπτω = εκ + πίπτω (πίπτω = πέφτω) «Η τιμή εκπίπτει», σημαίνει ότι «η τιμή πέφτει». Άρα όταν αγοράζουμε με έκπτωση, αυτό σημαίνει ότι αγοράζουμε με μικρότερη τιμή από εκείνη που γράφει η καρτελίτσα.

Το πόσο φτηνότερα αγοράζουμε το δηλώνει η ένδειξη: 30% = τριάντα τοις εκατό.

Τι σημαίνει η ένδειξη αυτή; Αν τα παπούτσια τα πωλούσε το κατάστημα 100 δρχ. στην περίοδο πριν

από τις εκπτώσεις, τώρα θα τα αγοράσουμε 30 δρχ. φτηνότερα, δηλαδή 70 δρχ. Ας πάρουμε την υποθετική περίπτωση που τα παπούτσια πουλιόντουσαν 1 δραχμή πριν την έκπτωση, δηλαδή το $\frac{1}{100}$ των 100 δρχ. Επομένως, είναι λογικό να σκεφτούμε ότι τα

παπούτσια θα πουλιούνται φτηνότερα κατά το $\frac{1}{100}$ των 30 δρχ., δηλ. κατά το $\frac{1}{100} \cdot 30 \text{ δρχ.} = \frac{30}{100}$

της δραχμής φτηνότερα. Η ταμπελίτσα όμως γράφει «Τιμή 15.000 δρχ.» Αφού, λοιπόν, για την τιμή της 1 δραχμής η έκπτωση είναι $\frac{30}{100}$ της δραχμής, για την τιμή των 15.000 δραχμών η έκπτωση θα είναι: $\frac{30}{100} \cdot 15.000 = 0,3 \cdot 15000 = 4500$ δραχμές.

Επομένως η Χριστίνα θα αγοράσει τα παπούτσια 4500 δραχμές φτηνότερα, δηλ.

$$15.000 - 4.500 = 11.500 \text{ δρχ.}$$

Καταλήξαμε, λοιπόν, ότι για να βρούμε το πόσο φτηνότερα θα αγοράσει η Χριστίνα τα παπούτσια, πρέπει να πολλαπλασιάσουμε τον αριθμό $\frac{30}{100}$ με το 15.000 που είναι η αναγραφόμενη τιμή πριν την έκπτωση. Δηλαδή:

$$\text{Ποσό έκπτωσης} = \frac{30}{100} \cdot 15.000$$

Ο αριθμός $\frac{30}{100}$ ουσιαστικά είναι εκείνο το 30% που αναγράφεται στην μεγάλη ταμπέλα του καταστήματος. Τον αριθμό αυτό τον ονομάζουμε

“ποσοστό επί τοις εκατό”

Στην προκειμένη περίπτωση το ποσοστό επί τοις εκατό εκφράζει το πόσο φτηνότερα πουλιέται στην περίοδο των εκπτώσεων ένα εμπόρευμα, που η τιμή

του ήταν 100 δραχμές. Και για να βρούμε **πόσο φτηνότερα** θα πουληθεί ένα εμπόρευμα με έκπτωση θα πολλαπλασιάσουμε την τιμή του με το ποσοστό επί τοις εκατό.

Αν λοιπόν συμβολίσουμε με το γράμμα T την τιμή πώλησης ενός προϊόντος πριν τις εκπτώσεις, με α% το ποσοστό έκπτωσης και με το γράμμα E το πόσο φτηνότερα πουλιέται το προϊόν στις εκπτώσεις (δηλ. τη συνολική έκπτωση όπως λέμε), τότε θα έχουμε:

$$E = \frac{\alpha}{100} \cdot T$$

Πρόβλημα 2ο: Πόσο τοις εκατό αυξήθηκε ο μισθός ενός υπαλλήλου.

Ο κυρ- Πέτρος, πατέρας του Μανώλη, εργάζεται υπάλληλος σε μια ιδιωτική επιχείρηση. Την 1η Οκτωβρίου γύρισε στο σπίτι του χαρούμενος. Ο Μανώλης το κατάλαβε αμέσως. Το πρόσωπό του έλαμπε. Του έφερε και ένα καινούργιο μυθιστόρημα. Ο λόγος ήταν ότι ο μισθός του κύρ Πέτρου αυξήθηκε. Μέχρι τον Σεπτέμβριο έπαιρνε 180.000 δρχ. το μήνα. Τώρα παίρνει 207.000 δρχ. το μήνα.

– «Δηλαδή μπαμπάκα μου πόση αύξηση πήρες;»
– «Από θα μας το βρεις εσύ. Αριθμητική ξέρεις. Κι' απ' ότι είδα στο βιβλίο σου των Μαθηματικών έμαθες και για ποσοστά.»

Ο Μανώλης μπήκε σε «μπελά». Πήρε μοχόφι και χαρτί. Ας παρακολουθήσουμε τις σκέψεις του και αν χρειαστεί να τον βοηθήσουμε.

Σκέφθηκε, λοιπόν, ο Μανώλης: «Το πρώτο είναι εύκολο. Με μια αφαίρεση βρίσκω πόσα λεφτά περισσότερο πήρε ο πατέρας μου:

$$207.000 - 180.000 = 27.000.$$

Ώστε, λοιπόν, ο πατέρας μου θα παίρνει 27.000 δρχ. τον μήνα περισσότερα. Κάτι όμως μου είπε και για ποσοστά. Δηλαδή τι μου ζητάει;»

Ο Μανώλης σκέφτεται... Ας τον βοηθήσουμε λίγο «Θα έχεις ίσως ακούσει, Μανώλη, στις ειδήσεις για αυξήσεις μισθών ας πούμε 7%. Ξέρεις τι θα πει αυτό; Ότι αν ο μισθός ενός υπαλλήλου ήταν 100 δραχμές τώρα αυξάνεται και γίνεται 107 δραχμές. Ο πατέρας σου πήρε αύξηση 27.000 δρχ. τον μήνα. Εκείνο που σου ζητάει να του πεις με ποσοστά είναι: Αν ο μισθός του ήταν 100 δρχ. πόση αύξηση θα έπαιρνε; Δηλαδή πόσο τοις εκατό αύξηση πήρε.»

«Α! κατάλαβα, μπορώ να συνεχίσω μόνος μου. Ο πατέρας μου έπαιρνε 180.000 δρχ. και πήρε αύξηση

27.000. Δηλαδή στις 180.000 δρχ. αντιστοιχεί αύξηση 27.000 δρχ. Άρα στην 1 δρχ. αντιστοιχεί αύξηση $\frac{27.000}{180.000}$. Επομένως στις 100 δρχ. αντιστοιχεί αύξηση:

$$\frac{27.000}{180.000} \cdot 100$$

$$\text{δηλαδή } \frac{27.000}{180.000} \cdot 100 = \frac{270}{18} = 15\%$$

Ο πατέρας μου, λοιπόν, πήρε 15% αύξηση.»

Είδαμε, λοιπόν, πιο πάνω ότι για να υπολογίσει ο Μανώλης το πόσο τοις εκατό αύξηση πήρε ο πατέρας του, υπολόγισε πρώτα την συνολική αύξηση, στη συνέχεια σχημάτισε το κλάσμα με αριθμητή την συνολική αύξηση και παρονομαστή τον μισθό που είχε πριν την αύξηση. Τέλος το κλάσμα αυτό το πολλαπλασίασε με 100, για να βρει την επί τοις εκατό αύξηση.

Ας δούμε ένα ακόμη παραπλήσιο πρόβλημα

Πρόβλημα 3ο: Η εξέλιξη του πληθυσμού μιας πόλης

Στην απογραφή του 1971 ο πληθυσμός μια πόλης ήταν 110.000 κάτοικοι. Το 1981 ο πληθυσμός της πόλης ήταν 104.500, ενώ το 1991 ήταν 97.185. Πόσο τοις εκατό μειώθηκε ο πληθυσμός (α) την δεκαετία 71-81; (β) την δεκαετία 81-91;

Λύση

α) Ο πληθυσμός της πόλης μειώθηκε από 110.000 σε 104.500. Δηλαδή κατά

$$110.000 - 104.500 = 5.500.$$

Έχουμε λοιπόν ότι σε πληθυσμό 110.000 αντιστοιχεί μείωση 5.500 κάτοικοι. Άρα στον 1 κάτοικο αντιστοιχεί μείωση $\frac{5.500}{110.000}$ κάτοικοι, οπότε στους

100 κατοίκους αντιστοιχεί μείωση $\frac{5.500}{110.000} \cdot 100$ κάτοικοι. Κάνοντας τις πράξεις έχουμε:

$$\frac{5.500}{110.000} \cdot 100 = \frac{550.000}{110.000} = \frac{55}{11} = 5$$

Ο πληθυσμός της πόλης μειώθηκε κατά 5% την δεκαετία 1971-1981.

β) Με παρόμοια σκέψη έχουμε ότι ο πληθυσμός της πόλης μειώθηκε στην δεκαετία 1981-1991 κατά:

$$104.500 - 97.185 = 7.315 \text{ κατοίκους ή κατά:}$$

$$\frac{7.315}{104.500} \cdot 100 = \frac{7.315}{1.045} = 7 \text{ τοις εκατός (7\%)}$$

Η μείωση αυτή υπολογίζεται σε σχέση με τον πληθυσμό του 1981. Αν θέλαμε να βρούμε την μείωση του πληθυσμού στην εικοσαετία 1971-1991 εργαζόμαστε όπως παρακάτω:

$$110.000 - 97.185 = 12.815$$

$$\frac{12.815}{110.000} \cdot 100 = \frac{12.815}{1.100} = 11,65. \text{ Δηλαδή ο πληθυσμός της πόλης μειώθηκε στην εικοσαετία 71-91 κατά 11,65\%.}$$

Αν προσθέσουμε τα ποσοστά μείωσης κατά τις δυο δεκαετίες βρίσκουμε: $5\% + 7\% = 12\%$. Το 12% δεν είναι ίσο με το 11,65%. Αυτό συμβαίνει, γιατί το ποσοστό 7% υπολογίστηκε για την δεκαετία 81-91. Αν υπολογιζόταν σε σχέση με τον πληθυσμό που είχε η πόλη το 71, τότε το άθροισμα των δύο ποσοστών θα ήταν 11,65%.

Αν συγκρίνουμε τα δύο αυτά προβλήματα (2ο και 3ο) παρατηρούμε ότι το ένα ασχολείται με αύξηση κάποιου ποσού, ενώ το άλλο με ελάττωση.

Όμως η διαδικασία υπολογισμών είναι ίδια:

- Υπολογίζουμε με μια σφαίραση την συνολική αύξηση ή μείωση του ποσού που ασχολούμαστε.
- Σχηματίζουμε το κλάσμα με αριθμητή την συνολική αύξηση ή μείωση και παρονομαστή την αρχική τιμή του ποσού.
- Πολλαπλασιάζουμε το κλάσμα αυτό με το 100 για να βρούμε το ποσοστό επί τοις εκατό της αύξησης ή μείωσης.

Πρόβλημα 4ο: Η απόδοση του ελαιόκαρπου σε λάδι.

Ένας ελαιοπαραγωγός παράγει 130 κιλά λάδι από 500 κιλά ελαιόκαρπου. Πόσο τοις εκατό είναι η απόδοση της ελιάς σε λάδι;

Λύση

Τα 500 κιλά ελιάς δίνουν 130 κιλά λάδι

Το 1 κιλό ελιάς θα δίνει $\frac{130}{500}$ κιλά λάδι

Άρα τα 100 κιλά ελιάς θα δίνουν:

$$\frac{130}{500} \cdot 100 = \frac{130}{5} = 26 \text{ κιλά λάδι}$$

Επομένως η απόδοση της ελιάς σε λάδι είναι 26%.

Θα μπορούσε να δώσει κανείς και άλλα παραδείγματα προβλημάτων με ποσοστά. Μερικά προβλήματα τέτοια θα λύσετε μόνοι σας.

Προβλήματα

A₁₉ Ο πληθυσμός δυο πόλεων Α και Β κατά την απογραφή του 1981 ήταν 34.500 και 42.000 κάτοικοι αντίστοιχα. Στην απογραφή του 1991 ο πληθυσμός των πόλεων ήταν 36.225 και 44.520 κάτοικοι αντίστοιχα. Πόσο τοις εκατό αυξήθηκε ο πληθυσμός κάθε πόλης; Σε ποια πόλη είχαμε την μεγαλύτερη ποσοστιαία αύξηση;

A₂₀ Ο μισθός ενός υπαλλήλου μιας ιδιωτικής επιχείρησης ήταν στο τέλος του 1991 8ρχ. 123.000. Την 1η Ιανουαρίου του 1992 πήρε αύξηση 7 % επί του μισθού που έπαιρνε, ενώ την 1η Ιανουαρίου του 1993 πήρε αύξηση 8,5 % επί του μισθού που έπαιρνε το 1992. Πόσος ήταν ο μισθός του υπαλλήλου το 1993; Πόσο τοις εκατό ήταν η συνολική αύξηση που πήρε ο υπάλληλος την διετία αυτή σε σχέση με τον μισθό που έπαιρνε στο τέλος του 1991;

A₂₁ Ένα κοστούμι πουλήθηκε με έκπτωση 20 % αντί 68.800 8ρχ. Πόσο έκανε πριν την έκπτωση; Πόσα χρήματα ωφελήθηκε κάποιος που αγόρασε δυο παρόμοια κοστούμια;

A₂₂ Ο πληθυσμός ενός νομού είναι 145.800 κάτοικοι. Το 55 % των κατοίκων του νομού κατατάσσονται στον αγροτικό πληθυσμό, το 25 % στον ημιαστικό και το υπόλοιπο στον αστικό πληθυσμό. Πόσες χιλιάδες είναι ο αγροτικός, πόσες ο ημιαστικός και πόσες ο αστικός πληθυσμός;

A₂₃ Σε μια εκλογική αναμέτρηση έλαβαν μέρος 5 κόμματα: Το Α, Β, Γ, Δ, και Ε. Ψήφισαν συνολικά 8.100.00 ψηφοφόροι και τα αποτελέσματα ήταν τα εξής:

Α κόμμα:	Το ψήφισαν	3.800.000
Β	" " "	2.900.000
Γ	" " "	650.000
Δ	" " "	500.000
Ε	" " "	200.000

Λεύκα και άκυρα τα υπόλοιπα

Πόσο τοις εκατό των ψηφοφόρων προτίμησαν το κάθε κόμμα; Πόσο τοις εκατό ήταν τα άκυρα και τα λευκά;