

Author: Στάμη Τσικοπούλου

Title: Το αριθμητήριο

Creator: HDML

Το Αριθμητήριο

Ένας υπολογιστής που άντεξε στη δοκιμασία του χρόνου

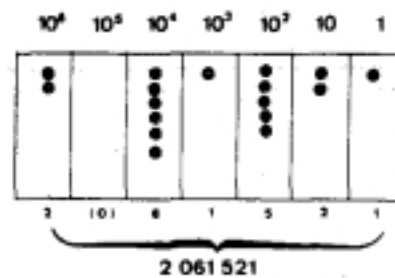
Στάμη Τσιικοπούλου

Το αριθμητήριο είναι μια από τις σπάνιες εκείνες εφευρέσεις που εξ' απίης της απλότητας και της αποτελεσματικότητάς τους όχι μόνο πέρασε, κατά τη διάρκεια των αιώνων, από τον ένα πολιτισμό στον άλλο, αλλά εξακολουθεί να χρησιμοποιείται ακόμα και σήμερα 5.000 χρόνια από την ανακάλυψή του, για τον ίδιο ακριβώς σκοπό, να μαθαίνει κανείς να μετρά.

Πριν από χιλιάδες χρόνια, πιθανόν στη Βαβυλώνα, ο άνθρωπος κατάλαβε πως, αν χάραζε σημάδια πάνω σε μια επιφάνεια σκεπασμένη με σκόνη ή μ' άμμο, αυτό θα τον διευκόλυνε να μετρήσει πιο γρήγορα παρά με τα δάκτυλά του.

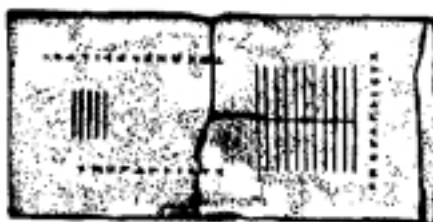
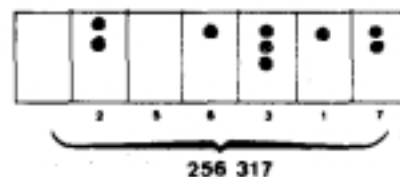
Η σκονισμένη αυτή επιφάνεια αντικαταστάθηκε αργότερα από μια πλάκα ή μια σανίδα, που πάνω της είχαν χαραχθεί από πριν, παράλληλες αυλακίες, κατά μήκος των οποίων τοποθετώντας πετραδάκια ή βότσαλα, που το καθένα απ' αυτά αντιστοιχούσε σε μια μονάδα, έκαναν υπολογισμούς. Οι αρχαίοι Έλληνες ονόμαζαν τα πετραδάκια αυτά **ψήφους** ή **πεσσούς** και οι Ρωμαίοι **κάλκουλι** (calculus, σημαίνει ακριβώς "μικρή πέτρα", calculator ονομάζουμε σήμερα τους φορητούς υπολογιστές τσέπης).

Στην πρωτόγονη αυτή κατασκευή που ονομαζόταν άβακας, κάθε αυλακία ή κολώνα συμβόλιζε μια από τις δυνάμεις του δέκα. Ξεκινώντας από τα δεξιά προς τ' αριστερά, η πρώτη αυλακία ήταν για τις μονάδες, η επόμενη για τις δεκάδες, η τρίτη για τις εκατοντάδες, η τέταρτη για τις χιλιάδες κ.ο.κ. Για να απεικονιστεί, για παράδειγμα, ο αριθμός 2.061.521 έπρεπε να τοποθετηθεί 1 πεσσοί στην πρώτη από δεξιά στήλη, 2 στη δεύτερη, 5 στην τρίτη, 1 στην τέταρτη, 6 στην πέμπτη και κανένας στην έκτη και 2 στην έβδομη.



Για να προσθέσουν έναν αριθμό σ' έναν άλλο, που ήδη υπήρχε στον άβακα, τον απεικόνιζαν με τη σειρά του και στη συνέχεια "διάβάζαν" το αποτέλεσμα. Αν σε μια στήλη, κολώνα, ο αριθμός των πεσσοί έφτανε ή ξεπερνούσε τη δεκάδα, τότε αφαιρούσαν αυτούς τους πεσσούς και τοποθετούσαν έναν απ' αυτούς στην επόμενη κολώνα αριστερά.

Αργότερα χρησιμοποιήθηκαν πιο σύνθετοι άβακες στους οποίους κάθε στήλη ήταν διαιρεμένη σε δυο μέρη. Στο κάτω μέρος οι πεσσοί εξακολουθούσαν να παριστάνουν μονάδες, δεκάδες, εκατοντάδες, χιλιάδες κ.λπ., ενώ στο πάνω μέρος είχαν τιμές 5, 50, 500, 5000, ... αντίστοιχα. Έτσι χρησιμοποιούσαν λιγότερους πεσσούς για να παριστάνουν τους αριθμούς. Να πως παρίσταναν σ' έναν τέτοιο άβακα τον αριθμό 256.317 ($7 = 5 + 2$, $6.000 = 5.0000 + 1.000$).



Η τράπεζα της Σαλαμίνας

Αυτή η πλάκα που βρέθηκε στη Σαλαμίνα δεν είναι ένα είδος επιτραπέσιου παιχνιδιού όπως αρχικά νόμιζαν οι αρχαιολόγοι αλλά ένα όργανο, που χρσίστηκε για να γίνονται υπολογισμοί (5ος ή 4ος αιώνας π.Χ.).

Σε πολλούς απ' αυτούς τους άβακους υπήρχαν και μικρότερες αυλακίες για την μέτρηση ποσών μικρότερων της μονάδας.

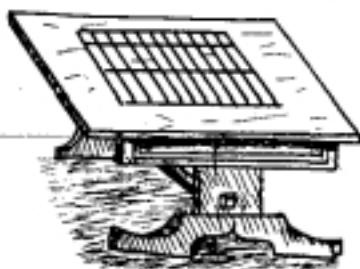
Χάρη σ' αυτές τις διαιρέσεις των αυλακιών και προσθέτοντας, αφαιρώντας ή μεταθέτοντας έναν ή περισσότερους πεσσούς από την μια κολώνα στην άλλη μπορούσαν να πραγματοποιήσουν υπολογισμούς.

Ο άβακας χρησιμοποιείτο και από τους Αρχαίους Έλληνες και απ' αυτούς μεταδόθηκε στη δύση, όπου γνώρισε σημαντική εξάπλωση μέχρι τον Μεσαίωνα, μέσω των Ρωμαίων.

Για την χρήση του άβακα έχουμε πολλές μαρτυρίες. Ο ελληνας ιστορικός Πολύβιος (210 – 128 π.Χ.) κάνει αναφορά σ' αυτόν βάζοντας τα παρακάτω λόγια στο στόμα του Σόλωνα:

“Όσοι ζουν στην Αυλή των Βασιλέων είναι ακριβάς όπως οι πεσσοί πάνω στο τραπέζι υπολογισμού. Η θέληση του υπολογιστή είναι που τους κάνει ν' αξίζουν έναν οβολό ή ένα τάλαντο”.

(Το τάλαντο ήταν η μεγαλύτερη μονάδα του ελληνικού νομισματικού συστήματος και ο οβολός η μικρότερη).



Ευρωπαϊκά τραπέζια πεσσών (Αναγίννον)

Και ο Ζωρς ντε Μπρεμπέρ (1618 – 1661) παραφράζοντας τα λόγια του Πολύβιου λέει:

“Οι αυλικοί είναι πεσσοί. Η αξία τους εξαρτάται από τη θέση τους: Στην έννοια εκατομμύρια και στη δυομένη μινδενικά”

Η Μαντόμ ντε Σεβινιέ την ίδια περίπου εποχή γράφει: *“Βρήκαμε μ' αυτούς τους πεσσοί, που είναι τόσο καλοί, ότι θα έχω περισσότερα πεντακοσίων τριάντα χιλιάδων, υπολογίζοντας όλες τις μικρές κληρονομικές που μου άφησε η οικογένειά μου.”*

Ο πρώτος υπολογιστής τσέπης

Σ' ένα ρωμαϊκό ανάγλυφο που διακοσμεί μια σαρκοφάγο του 1ου αιώνα μ.Χ. βλέπουμε ένα νεαρό υπολογιστή (άνομα που δινόταν στα άτομα που κρατούσαν τους λογαριασμούς στα σπίτια των πιο πλούσιων πατρικών) όρθιο μπροστά στον κύριό του να κάνει αριθμητικές πράξεις με τη βοήθεια ενός οργάνου.

Το όργανο αυτό είναι ένας άβακας που αποτελείται από μια μικρή μεταλλική πλάκα μ' αυλακώσεις κατά μήκος των οποίων γλιστρούσαν κινητά

Με την πάροδο του χρόνου κατασκευάστηκαν τραπέζια υπολογισμού, που διευκόλυναν μεν τις προσθέσεις και τις αφαιρέσεις αλλά όχι και τους πολλαπλασιασμούς και τις διαιρέσεις. Οι αριθμητικές πράξεις που γίνονταν σ' αυτά τα τραπέζια υπολογισμού δεν είχαν πολλά κοινά σημεία με τις αντίστοιχες πράξεις όπως τις κάνουμε σήμερα.

Άλλοι λαοί σκέφτηκαν να αντικαταστήσουν τις αυλακίες από ξύλινες ή μεταλλικές βέργες, τοποθετημένες παράλληλα σ' ένα πλαίσιο, που πάνω τους κυλούσαν τρυπημένες πέτρες ή σφαιρίδια. Αυτό είναι το γνωστό μας **αριθμητήριο**, που χρησιμοποιούν ακόμα και σήμερα πολλά παιδιά του νηπιαγωγείου όταν πρωτομαθαίνουν να **μετρούν**. Ο τροποποιημένος αυτός άβακας ονομαζόταν **αβάκιο**. Το αριθμητήριο δεν χρησιμοποιήθηκε από τους δυτικούς αλλά από τους λαούς της Άπω Ανατολής και της Μέσης Ανατολής.

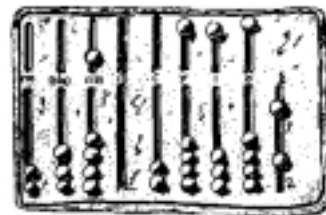
Η τέχνη των υπολογισμών στον Μεσαίωνα

Η πρακτική του υπολογισμού με τον άβακα ήταν και πολύ αργή και απαιτούσε από τους ειδικούς μακροχρόνια και επίπονη εξάσκηση.

Μέχρι και το τέλος του Μεσαίωνα άλλωστε η εκπαίδευση των νέων στη δυτική Ευρώπη παρέμενε στοιχειώδης. Οι ελάχιστοι, οι προνομιούχοι μάθαιναν, από ιδιωτικούς δασκάλους, πρώτα να γράφουν και να διαβάζουν. Τους εξηγούσαν στη συνέχεια την γραμματική και τη ρητορική και μερικές φορές και τη θεωρία της μουσικής. Έπειτα τους έκαναν περιληπτικά μαθήματα αστρονομίας και γεωμετρίας. Τους μάθαιναν ακόμα να μετρούν με τα δάκτυλα και να γράφουν και να διαβάζουν τους ρωμαϊκούς αριθμούς (I, II, III, IV, V, X...). Όμως δεν τους μάθαιναν τίποτα παραπάνω, γιατί η μόση στην τέχνη των υπολογισμών δεν αποτελούσε μέρος του προγράμματος.

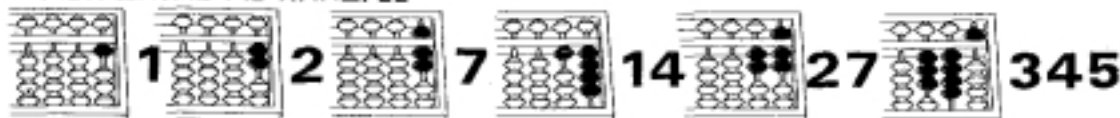
Η πρακτική των αριθμητικών πράξεων, ακόμα και πιο στοιχειωδών, δεν ήταν τότε για όλον τον κόσμο. Ήταν ένας τομέας καλά φυλαγμένος από μια κλίση ειδικών, οι οποίοι μάθαιναν την τέχνη αυτή μετά από πολλές μακρές και επίπονες μελέτες πάνω στους άβακους.

κουμπιά του ίδιου μεγέθους, σχηματίζοντας αριθμούς. Η μικρότερη αυλακία στα δεξιά, προοριζόταν για τα κλάσματα της μονάδας.



Ρωμαϊκός άβακας "τσέπης"

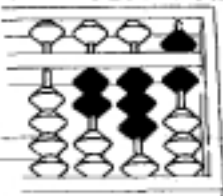
ΜΕΤΡΩΝΤΑΣ ΜΕ ΧΑΝΔΡΕΣ



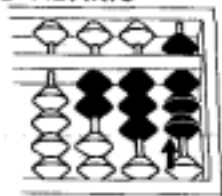
Οι χρηματιστές χάνδρες κάθε άδακίου σχηματίζουν το σύνολο, από δεξιά προς τα αριστερά) ε-

χουν τις τιμές : 1, 10, 100, 1000, πάνω από τη μπάρα : 5, 50, 500, 5000. Για να σημειώση κανείς έναν αριθμό πρέπει να συγκεντρώση τις χάνδρες προς την μπάρα.

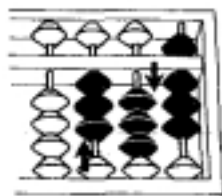
ΠΡΟΣΘΕΤΟΝΤΑΣ ΜΕ ΑΒΑΚΙΟ



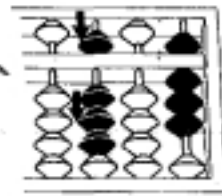
Πρόβλημα: πρόσθεση το 272 στο 236. Στο πρώτο σκίτσο (άριστερά) οι χρηματιστές χάνδρες στη διαχωριστική μπάρα σχηματίζουν τον αριθμό



236. Ο αριθμός 272 αποτελείται από δύο της τιμής 1, έπτά 10, δύο 100. Τα δύο 1 είναι δυνατό να σημειωθούν (δεύτερο σκίτσο), ότι όμως



και τα έπτά 10. Αντι γ' αυτό προστίθεται μία χάνδρα των 100 και αφαιρούνται τρεις των 10 (τρίτο σκίτσο), που είναι το ισοτίμο του 70. Για



να προστεθή το 200 (τέταρτο σκίτσο) προστίθεται μία χάνδρα των 500 και αφαιρούνται τρεις των 100. Το αποτέλεσμα είναι : 508.

Ο μεγάλος σεβασμός που απολάμβαναν την εποχή εκείνη οι λογιστές δείχνει πόσο δύσκολες ήταν οι τεχνικές των πράξεων.

Ένας πολλαπλασιαστής, που σήμερα ένα παιδί του δημοτικού κάνει σε μερικά λεπτά, μπορεί ν' απαιτούσε από τους ειδικούς αυτούς πολλές ώρες υπερβολικά δύσκολη εργασία.

Ένας έμπορος της εποχής εκείνης, για να μάθει τις μνιές του εισπράξει, έπρεπε να προστρέξει στις υπηρεσίες ενός απ' αυτούς τους ειδικούς των υπολογισμών.



Ένας επαγγελματίας λογιστής πραγματοποιώντας πράξεις με κέρματα στο αβάκιο. Ευρωπαϊκή εικονογράφηση της Αναγέννησης

Λένε πως ένας πλούσιος έμπορος του Μεσαίωνα θέλοντας να δώσει εμπορική μόρφωση στο γιο του, πήγε μια μέρα να συμβουλευτεί έναν επιφανή ειδικό, για να μάθει σε πιο ίδρυμα έπρεπε να τον στείλει.

"Αν ικανοποιείσαι με το να τον μάθουν την πρακτική των προσθέσεων και των αφαιρέσεων, τότε οποιοδήποτε γαλλικό ή γερμανικό πανεπιστήμιο σας κάνει. Αν όμως θέλεις να μάθει και πολλαπλασιασμό και διαίρεση (αν βέβαια είναι ικανός για κάτι τέτοιο) τότε θα πρέπει να τον στείλεις σε μια παλική σχολή."

Η διάδοση των αραβικών αριθμών στη δύση

Οι αριθμοί που χρησιμοποιούμε εφευρέθηκαν από τους Ινδούς. Οι Άραβες που διατηρούσαν εμπορικές σχέσεις μ' αυτούς υιοθέτησαν πρώτοι το ινδικό αραβικό σύστημα (δηλ. τους αριθμούς, τη δεκαδική αριθμηση θέσης, το μηδέν και τις μεθόδους υπολογισμού). Οι Άραβες τροποποίησαν σιγά - σιγά τον τρόπο γραφής των ινδικών αριθμών και των πράξεων και τους έδωσαν τη μορφή που τους ξέρουμε εμείς σήμερα, γι' αυτό και οι αριθμοί αυτοί είναι γνωστοί ως αραβικοί.

Ένας μεγάλος Άραβας μαθηματικός, ο Σαμανίδης αλ-Χοβαρίζμι, με τα συγγράμματά του συνεισέφερε στη διάδοση των ινδικών αλγεβρικών μεθόδων (γι' αυτό η άλγεβρα φέρει και το όνομά του) και του ινδικού λογισμού, πρώτα στον αραβικό κόσμο και έπειτα στη δύση. Το λατινοποιημένο όνομά του, Αλκοαρισμί που παραφράστηκε τελικά σε Αλγόριθμος, σήμανε για πολύ καιρό στην Ευρώπη τον γραπτό λογισμό που εφευρέθηκε από τους Ινδούς.

Εκείνος όμως που άσκησε καθοριστική επιρροή στη διάδοση των αραβικών αριθμών στη δύση ήταν ο

Λεονάρντο Πιζάνο, ο ονομαζόμενος και Φιμπονάτσιο (γιος του Μπονάτσιο). Ο Λεονάρντο, παλιός έμπορος από την Πίζα ταξίδευε στις αραβικές χώρες για εμπορικούς λόγους. Κατά τη διάρκεια της εκεί παραμονής του, ήλθε σ' επαφή με τους άραβες δασκάλους και απ' αυτούς έμαθε το αριθμητικό τους σύστημα. Όταν επέστρεψε στην Ιταλία έγραψε το 1202 ένα βιβλίο που είχε τον τίτλο Λίμπερ Αμπάκι (βιβλίο του άβακα). Στο βιβλίο αυτό εξηγούσε πολύ αναλυτικά όλους τους κανόνες του λογισμού με τους αραβικούς αριθμούς που τότε τους χάραζαν πάνω στην άμμο ή στο χαρτί με το φτερό (την πένα).

Διαμάχη Αλγοριθμιστών - Αβακιστών

Όμως οι επαγγελματίες λογιστές, της εποχής εκείνης, βλέποντας ν' απειλείται το ψωμί τους και θέλοντας να κρατήσουν για τον εαυτό τους το μονοπώλιο του υπολογισμού, δεν ήθελαν ν' ακούσουν λέξη γι' αυτές τις επαναστατικές μεθόδους που καθιστούσαν τον καθένα ικανό να κάνει γρήγορα και τις πιο δύσκολες αριθμητικές πράξεις.

Κατάφεραν μάλιστα να επιβληθεί κανονισμός που απαγόρευσε να καταχωρούνται στα εμπορικά κατάστιχα, αριθμοί γραμμένοι με τα αραβικά αριθμητικά ψηφία - αλλά να γράφονται με τα συνηθισμένα ρωμαϊκά ψηφία, που ήταν αποτέλεσμα των υπολογισμών που είχαν γίνει με τον άβακα.

Ορισμένες δε εκκλησιαστικές αρχές διέδωσαν τη φήμη ότι ο ινδοαραβικός λογισμός για να είναι τόσο έξυπνος και τόσο εύκολος, έπρεπε να έχει κάτι το μαγικό ή το δαιμονικό. Δεν δίστασαν μάλιστα να στείλουν στην πυρά, ως αιρετικούς, πολλούς φανατικούς υποστηρικτές του Φιμπονάτσι.

Οι αραβικοί αριθμοί ήταν για πολλά χρόνια απαγορευμένοι. Σιγά σιγά όμως παρ' όλες τις αντιδράσεις άρχισαν να εξαπλώνονται.

Παρ' όλο όμως που ο υπολογισμός με το φτερό (οι αραβικοί αριθμοί) νίκησε εκείνον του άβακα, αφού η ανωτερότητά του ήταν φανερά άρχισε πολύ να επιβληθεί.

Στη Γαλλία, το 1580, ο Μισέλ ντε Μονταίν, ένας από τους πολυμαθέστερους άνδρες της εποχής του, ομολογεί σ' ένα δοκίμιό του:

"... Δεν ξέρω να μετρώ, ούτε με κέρματα ούτε με το φτερό."

Το 1662, ο Σάμουελ Πέπυς υπάλληλος αποσπασμένος στο βρετανικό πολεμικό ναυτικό, ανέλαβε την ευθύνη των αγορών ξυλείας που πραγματοποιούσε το αγγλικό ναυτικό. Παρ' όλο που διέθετε αξιόλογη μόρφωση, είχε άλλωστε αποφοιτήσει από το πανεπιστήμιο του Καίμπριτζ, δεν μπορούσε να κάνει τους απαραίτητους υπολογισμούς και χρειάστηκε να δια-

τρέξει την Ευρώπη για να μάθει να χειρίζεται καλά την τέχνη των υπολογισμών με τους αραβικούς αριθμούς.

Η φιλονικία μεταξύ των **Αβακιστών** (σκληρών υπερασπιστών του υπολογισμού στο άβακα με κέρματα) και των **Αλγοριθμιστών** (υποστηρικτές του ινδικής προέλευσης υπολογισμού μ' αριθμούς) διήρκεσε αρκετούς αιώνες.

Χρειάστηκε η γαλλική επανάσταση ν' απαγορεύσει τη χρήση του άβακα στα σχολεία και τη διοίκηση για να εξαπλωθεί ο λογισμός με τους αραβικούς αριθμούς.



Σύλινα γκραβούρα που διακοσμεί την Μαργαρίτα Φιλοσόφικα, του Γκρεγκόριους Ράις (Φράϊμπουργκ 1503).

Στον πίνακα αυτό ο Πυθαγόρας και ο Βοήθιος (διάσημος μαθηματικός του μεσαίωνα) κάνουν υπολογισμούς, ο μεν πρώτος με τον άβακα και ο δεύτερος με τα αραβικά ψηφία.

Η Αριθμητική, που απεικονίζεται ως θεά στο κέντρο της εικόνας, φαίνεται να κλείνει τη διαμάχη μεταξύ Αβακιστών και Αλγοριθμιστών κοιτάζοντας προς τη μεριά του υπολογισμού που χρησιμοποιεί τους αραβικούς αριθμούς, με τους οποίους είναι άλωστε στολισμένο και το φόρεμά της.

Οξφόρδη, Μουσείο της Ιστορίας των Επιστημών

Αριθμητήριο: ένας υπολογιστής που άντεξε στη δοκιμασία του χρόνου

Στην Κίνα, το σουάν παν (κινέζικο όνομα για το αριθμητήριο) χρησιμοποιείται ακόμα και στις μέρες μας. Το βρίσκουμε τόσο στα χέρια του πλανόδιου πωλητή που δεν ξέρει ούτε να διαβάσει ούτε να γρά-

φει, όσο και στα χέρια του εμπόρου, του λογιστή, του τραπεζίτη, του ξενοδόκου αλλά και του μαθηματικού και του αστρονόμου.

Στην Ιαπωνία, που είναι ένας από τους πιο σημαντικούς κατασκευαστές μικρών υπολογιστών θεωρούν το σορομπάν (ιαπωνική ονομασία του αριθμητηρίου) σαν το κύριο όργανο υπολογισμού. Είναι δε μια "αποσκευή" που πρέπει να διαθέτει κάθε μαθητής, πλανόδιος έμπορος ή υπάλληλος.



Γιαπωνέζος κάνει υπολογισμούς με το αριθμητήριο

Στην Ρωσία το σόστυ (ρωσική ονομασία του αριθμητηρίου) κυριαρχεί ακόμα στο πλάι των σύγχρονων αριθμομηχανών.

Βιβλιογραφία:

Μαθηματικά, Life επιστημονική βιβλιοθήκη
Dirk Struik, Συνοπτική ιστορία των μαθηματικών εκδ. Ζαχαρόπουλος
Georges Ifrach, Παγκόσμια ιστορία των αριθμών, εκδ. Σμυρνιαδάκης



**Καλή Επιτυχία στις Εξετάσεις σας και
Καλό Καλοκαίρι
Το Σεπτέμβριο και πάλι κοντά σας.**