

Author: Jean A. Dieudonne

Title: Το Έργο του Nicolas Bourbaki

Abstract: Στη διάλεξη αυτή περιγράφεται η κατάσταση των μαθηματικών στη Γαλλία, καθώς και των Γάλλων Μαθηματικών τα χρόνια μετά τον πόλεμο του 1914. Αναφέρεται επίσης πως δημιουργήθηκε η ομάδα των Bourbaki και ποιοι είναι οι στόχοι της εργασίας τους. Σε ποιους θέλουν να είναι χρήσιμοι και ότι βασικός τους στόχος είναι να δώσουν εργαλεία και όχι νέα ανοικτά μαθηματικά προβλήματα που θα οδηγήσουν στην έρευνα.

Creator: HDML

ΤΟ ΕΡΓΟ ΤΟΥ NICOLAS BOURBAKI

Jean. A. Dieudonné

Ἀγαπητέ Φίλε Πρόεδρε.

Κυρίες καί Κύριοι,

Σᾶς εὐχαριστῶ γιά τά εὐγενικά σας λόγια. Πρέπει νά παραδεχτῶ ὅτι εἶναι μεγάλη χαρά γιά μένα νά ξεφύγω ἀπό τίς διοικητικές ὑποχρεώσεις μου στό Πανεπιστήμιο καί νά περάσω μιὰ βδομάδα σέ μιὰ τόσο ζεστή καί φιλική ἀτμόσφαιρα. Ἡ παραδοσιακή φιιλία μεταξύ Γάλλων καί Ρουμάνων ἐπιστημόνων, εἰδικῶς μεταξύ μαθηματικῶν εἶναι παγία θά ἤμουν εὐτυχής νά εἶμαι ἓνας κρύκος αὐτῆς τῆς ἀλυσίδας ἡ ὁποία ἐλπίζω ὅτι θά συνεχισθεῖ πύο ἔντονα καί πύο ἐγκάρδια μέσα στά χρόνια πύο θά ἔλθουν. Λοιπόν ἄν δέν σᾶς πειράζει, δέν θά μακρυγορήσω, καί θά ἤμουν εὐτυχής νά ἀπαντήσω στό τέλος στίς ἐρωτήσεις πύο θά θέσετε σέ μένα. Δέν ἰσχυρίζομαι ὅτι θά ἀναφέρω τά πάντα γύρω ἀπό τήν ἱστορία τοῦ ἔργου τῶν Bourbaki. Ὅμως θά ἔχετε τήν εὐκαιρία νά θέσετε ἐρωτήσεις πάνω στά θέματα πύο ἐγώ θά θύξω.

Γιά νά καταλάβουμε πῶς ξεκίνησαν οἱ Bourbaki θά πρέπει νά θυμηθοῦμε. Τά χρόνια πύο ἀνέφερε ὁ κ. Nicolescu, πύο ἀπό λίγα λεπτά. Ἦταν τά χρόνια πύο ἤμαστε φοιτητές, τά χρόνια πύο ἀπό τόν πόλεμο τοῦ 1914. Ἐκεῖνος ὁ χρόνος ἦταν ἐξαιρετικά τραγικός γιά τοῦς Γάλλους μαθηματικούς. Δέν θά προσπαθῶ νά δώσω μιὰ ἠθικολογική ἐξήγηση τοῦ τί συνέβαινε τότε. Στήν μεγάλη σύγκριση τοῦ 1914-18, ἡ Γερμανική καί ἡ Γαλλική Κυβέρνηση δέν εἶδαν μέ τόν ἕδιο τρόπο πύο ἡ ἐπιστήμη ἦταν πύο χρήσιμη. Οἱ Γερμανοί τοποθέτησαν τοῦς ἐπιστημονικούς τοῦς ἐρευνητές στήν ὑπὴ-

ρεσία της πολεμικής τους δύναμης με σκοπό τις εφευρέσεις μηχανισμών που θα αύξαναν την Γερμανική δύναμη πυρός. Οί Γάλλοι, τουλάχιστον στα 2 πρώτα χρόνια του πολέμου, αίσθάνονταν ότι ο καθένας θα έπρεπε να πάη στο μέτωπο. Έτσι οί νέοι επιστήμονες πολεμούσαν στην πρώτη Γραμμή όπως και οί υπόλοιποι Γάλλοι. Αυτό έδειχνε ένα πνεύμα Δημοκρατίας και Πατριωτισμού που σεβόμαστε, αλλά τό αποτέλεσμα ήταν εκατόμβες θυμάτων μεταξύ των νέων επιστημόνων. "Αν ανοίξωμε σήμερα τους καταλόγους της Ecole Normale που αντιστοιχοῦν στα χρόνια του πολέμου, θα διαπιστώσωμε ότι τά δύο τρίτα των φοιτητών σκοτώθηκαν έξ αιτίας του πολέμου. Αυτή ή κατάσταση είχε άσχημα αποτελέσματα για τούς Γάλλους μαθηματικούς. Έμεῖς οί άλλοι ήμαστε νέοι για να έλθωμε σε άπ'εὐθείας έπαφή με τόν πόλεμο, αλλά μπαίνοντας στο Πανεπιστήμιο, λίγα χρόνια μετά τό τέλος του πολέμου, θα έπρεπε να εΐχαμε σαν οδηγούς μας εκείνους τούς νέους μαθηματικούς που πολλοί άπ'αυτούς θα εΐχαν ένα λαμπρό μέλλον. Έκεῖνοι οί νέοι μαθηματικοί, έκεῖνοι οί νέοι άνθρωποι εΐχαν σκοτωθεῖ και άλλων τό μέλλον εΐχε καταστραφεῖ. Βέβαια άπό προηγούμενες γενιές υπήρχαν μεγάλοι Έπιστήμονες τούς όποιους εκτιμούσαμε και σεβόμαστε. Δάσκαλοι όπως οί Picard, Montel, Borel, Hadamard, Denjoy, Lebesgue κτλ. ζούσαν και ήταν έξαιρετικά ένεργητικοί αλλά έκεῖνοι οί μαθηματικοί ήταν σχεδόν πενήντα χρόνων, άν όχι μεγαλύτεροι. Υπήρχε ή διαφορά μιᾶς γενιᾶς μεταξύ μας. Δέν λέγω ότι δέν μάς δίδασκαν έξαιρετικά μαθηματικά. Όλοι μας πέραμε μαθήματα πρώτης ποιότητας άπό εκείνους τούς μαθηματικούς (ό κ. Niculescu εΐναι μάρτυρας του γεγονότος). Όμως χωρίς άμφιβολία, και αυτό εΐναι αλήθεια για κάθε έποχή, ένας 50χρονος μαθηματικός γνωρίζει τά μαθηματικά που αυτός διδάχτηκε στα 20 ή 30 του χρόνια και έχει ἔχνη γνώσεων, συχνά μάλλον άόριστα, άπό τά μα-

θηματικά της εποχής του, δηλ. της περιόδου που αυτός είναι 50. Αυτό είναι ένας κοινωνικός νόμος που έμεϊς πρέπει να τον δεχτούμε, όπως είναι, χωρίς να μπορούμε να τον αλλάξουμε.

"Ετσι έμεϊς είχαμε εξαιρετικούς καθηγητές που δίδασκαν τα μαθηματικά του 1900, αλλά δεν ξέραμε τίποτα γύρω από τα μαθηματικά του 1920. Όπως είπα προηγουμένως οι Γερμανοί ακολουθήσαν ένα διαφορετικό δρόμο, γύρω απ'αυτά τα πράγματα. "Ετσι η Γερμανική μαθηματική σχολή είχε μια λαμπρότητα στα χρόνια μετά το πόλεμο. Άρκεϊ να θυμηθούμε τους C.L.Siegel, E. Noëther, E. Artin, W. Krull H. Hasse, κ.τ.λ. για τους όποιους έμεϊς στην Γαλλία δεν γνωρίζαμε τίποτα από το έρευνητικό τους έργο. Όχι μόνο αυτό, αλλά δεν γνωρίζαμε την ταχώς αναπτυσσομένη Ρωσική Σχολή, την λαμπρή Πολωνική Σχολή που ήδη είχε γεννηθεϊ και μερικές άλλες. Δεν γνωρίζαμε τις εργασίες του F. Riesz ή του Von Neumann κ.τ.λ. Είχαμε κλειστεί στους έαυτούς μας, στον κόσμο μας, ή θεωρία των συναρτήσεων Βασίλευε υπεράνω όλων. Η μόνη εξαίρεση ήταν ο Elie Cartan, αλλά αυτός προηγείται της εποχής του κατά 20 χρόνια, δεν ήταν κατανοητός από τους άλλους μαθηματικούς. Ο πρώτος που τον κατάλαβε μετά τον Poincaré ήταν ο Herman Weyl και για δέκα χρόνια ήταν ο μόνος που τον καταλάβαινε' πώς λοιπόν μπορούσαμε να τον καταλάβουμε έμεϊς οι φτωχοί φοιτητές; "Ετσι έκτός από τον E. Cartan, που θά πρέπει να υπολογισθῆ 20 χρόνια αργότερα, έμεϊς είμαστε απασχολημένοι με κάποια θεωρία συναρτήσεων που ενώ ήταν σπουδαία, αντιπροσώπευε ένα μικρό μέρος των μαθηματικών.

Η μόνη μας επαφή με τον έξω κόσμο των μαθηματικών, αυτή την εποχή, ήταν το σεμινάριο του Hadamard, ενός μεγάλου μαθηματικού, αλλά όχι λαμπρού δασκάλου, στο College de France. Αυτός είχε την ιδέα της οργάνωσης ενός σεμιναρίου στην ανάλυση, όπου θά γινόντουσαν διαλέξεις γύρω από τις νέες μαθη -

ματικές εργασίες. Στην αρχή του χρόνου λοιπόν, έδινε εργασίες σε όλους που θελαν να δώσουν διαλέξεις θεμάτων που αυτός θεώρησε ότι ήταν σημαντικά, και εκείνοι έπρεπε να μας τα εξηγήσουν στον πίνακα. Αυτό ήταν νεωτερισμός για κείνη την εποχή και για μας έξαιρετικά πολύτιμος, γιατί εκεί συναντούσαμε μαθηματικούς διαφόρων προελεύσεων. Έπίσης σύντομα έγινε μια άτραξιόν για τους ξένους, έρχόνταν πάρα πολλοί. Αυτή η κατάσταση κράτησε αρκετά χρόνια, έως ότου, μερικοί από μας, αρχίζοντας τον A. Weil και C. Chevalley βρέθηκαμε έξω από την Γαλλία, συναντήσαμε Ιταλούς, Γερμανούς, Πολωνούς κ.τ.λ. και συνειδητοποιήσαμε ότι αν συνεχίζαμε την ίδια κατεύθυνση ή μαθηματική έπιστήμη στη Γαλλία θα κατέληγε σε ένα τελειωτικό θάνατο. Θέλαμε, χωρίς άμφιβολία, να συνεχίσουμε την λαμπρή παράδοση στην θεωρία των συναντήσεων αλλά κατά τ'άλλα δεν θα υπήρχαν Γαλλικά μαθηματικά. Αυτό θα διέκοπτε μια παράδοση 200 ετών στη Γαλλία γιατί από τον Fermat μέχρι τον Poincaré, πάντα ο μεγαλύτερος Γάλλος μαθηματικός είχε γενικές μαθηματικές γνώσεις και ήταν ικανός στην αριθμητική όπως και στην άλγεβρα ή στην ανάλυση ή στην γεωμετρία. Έτσι είχαμε μια ιδέα για τα μαθηματικά που αναπτύσσονται έξω από τη χώρα μας. Το 1934 ο Hadamard αποσύρθηκε και το σεμινάριο άλλαξε ελαφρώς μορφή από τον G. Julia. Αυτό συνέστατο, στο πιο συστηματικό τρόπο σπουδής των νέων μεγάλων ιδεών που έρχονταν από διάφορες κατευθύνσεις, από εκεί ήλθε και η ιδέα να κάνουμε μια δουλειά πιο μακροπρόθεσμη από ένα σεμινάριο, δηλ. να βγάλουμε βιβλίο που θα περιελάχε τις κυριότερες ιδέες των μοντέρνων μαθηματικών. Από αυτό είχε γεννηθεί η εργασία των Bourbaki. Πρέπει να πω ότι οι συνεργάτες των Bourbaki ήταν πολύ νέοι στην ηλικία και αναμφίβολα δεν θα είχαν αρχίσει αυτή την εργασία αν ήταν γηραιότεροι

καί καλύτερα πληροφορημένοι. Στην πρώτη μας συνάντηση ή ιδέα ήταν ότι ή όλη δουλειά θά έπρεπε νά τελειώσει μέσα σέ 3 χρόνια καί ότι μέσα σ' αυτό τό χρονικό διάστημα θά εΰχαμε θέσει τίς βάσεις τών κυριωτέρων μαθηματικών κλάδων. Τά γεγονότα καί ή ιστορία αποφάσισαν διαφορετικά. Σιγά-σιγά πραγματοποιήσαμε τεράστιο τμήμα τής εργασίας πού εΰχαμε προγραμματίσει αλλά δέν υπήρχε έλπίδα νά τελειώσουμε όσο γρήγορα εΰχαμε αποφασίσει.

Είναι αλήθεια ότι υπήρχαν ήδη μερικές εξαιρετικές μονογραφίες άλλωστε καί ή εργασία τών Bourbaki έχει σαν υπόδειγμα τήν εξαιρετική άλγεβρα του Van der Waerden. 'Ο Van der Waerden στό πρόλογο του βιβλίου λέγει ότι γι' αυτό τό έργο εργάσθηκαν αρκετού συγγραφείς όπως ό E. Noether καί ό E. Artin. "Έτσι αυτού ήταν κατά κάποιον τρόπο, πρόδρομοι τών Bourbaki. Θυμάμαι εργαζόμουν πάνω στη διδακτορική μου διατριβή τότε καί ήμουν στό Βερολίνο. 'Η άγνοια μου στην άλγεβρα ήταν τέτοια πού επί τών ήμερών μας δέν θά γινόμουν δεκτός σέ Πανεπιστήμιο. 'Ημουν μεταπτυχιακός από τήν Ecole Normale καί δέν γνώριζα τή ήταν "ιδεώδες" (ideal) καί τό μόνο πού γνώριζα είναι τί ήταν ή "ομάδα" (group). Αυτό δίνει μιá ιδέα του τί ήξερε ένας νέος Γάλλος μαθηματικός τό 1930. "Έτσι προσπαθήσαμε νά ακολουθήσουμε τόν Van der Waerden, αλλά αυτός κάλυψε μόνο τήν άλγεβρα καί μάλιστα ένα μικρό τμήμα τής άλγεβρας. "Έκτοτε ή άλγεβρα έχει αναπτυχθῆ σέ μεγάλο βαθμό, καί ή ανάπτυξη αυτή όφείλεται σ' ένα βαθμό, στην επίδραση του εξαιρετικά καλογραμμένο βιβλίου του Van Der Waerden. Συχνά διάφοροι φοιτητές μέ ρωτάνε πού νάρχισουν νά μελετήσουν άλγεβρα. Καί συνήθως τούς άπαντώ: 'Αρχίστε από τόν Van der Waerden.

Σκοπεύαμε λοιπόν νά κάνωμε κάτι ανάλογο. 'Ο Van der Waerden χρησιμοποίησε πολύ άκριβολόγο γλώσσα καί έχει μιá εξαιρε-

τικά αυστηρή οργάνωση στην ανάπτυξη των ιδεών και των διαφόρων τμημάτων της εργασίας του. Αυτό φάνηκε σε μας ο καλύτερος τρόπος για να εκδόσουμε ένα βιβλίο. Είχαμε σχεδιάσει να περιλάβουμε πολλά πράγματα για τα όποια δεν είχαν γραφτεί βιβλία, ποτέ πριν. Γενική τοπολογία δεν μπορούσε να βρεθεί παρά σε λίγες σημειώσεις και σε βιβλίο του Frechet, τα όποια ήταν πράγματι ένα απάνθισμα μεγάλου αριθμού αποτελεσμάτων χωρίς σειρά και τάξη. Μπορώ να πω τό ίδιο για τό βιβλίο του Banach που ήταν σπουδαίο, θαυμάσιο για έρευνα αλλά πλήρως αποδιοργανωμένο. Σε άλλους κλάδους, όπως ή ολοκλήρωση (Integration) με τόν τρόπο που παρουσιάζεται από τους Bourbaki, και σε ώρισμένα άλγεβρικά προβλήματα δεν υπήρχε τίποτα. Πριν να γραφτεί τό κεφάλαιο της πλειογραμμικής Άλγέβρας από τους Bourbaki δεν νομίζω ότι υπήρχε διδακτικό βιβλίο, σ'όλο τό κόσμο, που να έξηγουσε τί ήταν ή έξωτερική άλγεβρα. (exterior algebra) έπρεπε να διαβάση κανείς στις εργασίες του Grassmann που δεν ήταν ιδιαίτερα κατανοητές. Έτσι γρήγορα καταλάβαμε ότι ή επίχειρηση που τόσο όρμητικά είχαμε αρχίσει ήταν περισσότερο άχανής απ'αυτήν που είχαμε φαντασθή, και όπως ξέρετε αυτή ή επίχειρηση είναι ακόμη μακριά από τό τέλος της. Έχω στό χαρτοφύλακά μου τις σημειώσεις του 34ου τόμου που αποτελείται από τρία κεφάλαια στην θεωρία των ομάδων Lie. Υπάρχον και άλλα, πολύ περισσότερα που έτοιμάζονται, τρεις ή τέσσερες εκδόσεις προηγούμενων τόμων, και τό τέλος αυτής της εργασίας δεν φαίνεται στον ορίζοντα.

Κατ'άρχήν έπρεπε να αποφασίσουμε τί θέλαμε να συμπεριλάβουμε. Φυσικά υπήρχε ήδη "Έγκυκλοπαιδεία", "Όπως γνωρίζετε ήταν σύγγραμμα που είχε αρχίσει από τους Γερμανούς στα 1900 και παρά τό παραδοσιακό τους πείσμα και πάθος για τήν εργασία, στα 1930, μετά αρκετές εκδόσεις, ήταν απελπιστικά κα-

θυστερημένο σέ σχέση μέ τήν έπιστήμη εκείνου τοῦ καιροῦ. Στίς μέρες μας κανένας δέν θά σκεφτόνταν νά ἀρχίσει ἕνα τέτοιο γιγάντιο ἔργο γνωρίζοντας τό ἀχανές τοῦ πλήθους τῶν σημερινῶν μαθηματικῶν ἐκδόσεων πού πραγματοποιοῦνται κάθε χρόνο. Πιστεύω ὅτι θά πρέπει νά περιμένουμε τήν ἡμέρα πού οἱ ἠλεκτρονικοί ἐγκέφαλοι θά ἔχουν μνήμη πιά μεγάλη καί θά εἶναι ἱκανοί νά ἀφομοιώνουν ὅλα πάντα σέ λίγα λεπτά. Γιά τήν ὥρα δέν ἔχομε προοδεύσει τόσο πολύ. Ἐπί πλέον θά ἦταν ἀχρηστο νά ξαναρχίσουμε κάτι πού παρά τίς ἀρετές του εἶχε ἀποτύχει. Ἡ ἐγκυκλοπαίδεια ἐκεῖνη τήν ἐποχή ἦταν κατ'ἀρχήν χρήσιμη, κυρίως γιά βιβλιογραφικές πληροφορίες δηλ. νά ἐντοπίσει κανείς πού μποροῦσε νά βρεθεῖ ἕνα ἀποτέλεσμα. Ἀλλά φυσικά δέν περιεῖχε ἀποδείξεις γιατί ἄν χωρίς ἀποδείξεις ἦταν ἤδη ἕνα γιγάντιο ἔργο μέ 25-30 τόμους, ἄν περιεῖχε ἀποδείξεις θά ἔπρεπε νά εἶναι 10πλάσιο σέ ὄγκο. Δέν θέλαμε νά ἐκδόσουμε ἕνα ἔργο βιβλιογραφικῶν ὑποδείξεων ἀλλά κάτι πού θά ἔπρεπε νά εἶναι μαθηματικό κείμενο μέ ἀποδείξεις ἀπό τήν ἀρχή ὡς τό τέλος. Κι' αὐτό μᾶς ἀνάγκασε νά κάνουμε μιᾶ ἐξαιρετικά αὐστηρή ἐπιλογή. Τί ἐπιλογή; Λοιπόν αὐτό εἶναι τό κρίσιμο σημεῖο στήν ἐξέλιξη τῶν Bourbaki. Ἡ ἰδέα πού σύντομα ἄρχισε νά κυριαρχεῖ εἶναι ὅτι αὐτή ἡ δουλειά ἔπρεπε νά εἶναι ἕνα ἐργαλεῖο. Ἐπρεπε νά εἶναι κάτι χρήσιμο ὄχι μόνο γιά ἕνα μικρό τμήμα τῶν μαθηματικῶν ἀλλά γιά τόν μέγιστο δυνατό ἀριθμό μαθηματικῶν. Δηλ. ἔπρεπε νά συγκεντρώσει τίς βασικές μαθηματικές ἰδέες καί τίς σημαντικές ἐρευνητικές ἐργασίες. Ἐπρεπε νά ἀπορρίψουμε πλήρως κάθε τί τό δευτερεῖο πού δέν εἶχε προφανῶς γνωστή ἐφαρμογή καί δέν ὠδηγοῦσε κατ'εὐθεῖαν σέ ἔννοιες καί ἀποδεδειγμένα σημαντικές γύρω ἀπό τό θέμα αὐτό. Ὑπῆρξαν ἀτέλειωτές συζητήσεις μεταξύ τῶν Bourbaki. Ἐξ ἄλλου αὐτό, ἦταν γιά τοὺς Bourbaki αὐτὰ νά δημιουργήσουν πολλούς ἐχθρούς. Διότι ὅταν τά βιβλία τῶν Bourbaki ἔγινε γνωστά ὅλοι ἐκεῖνοι,

πού τά μαθηματικά μέ τά όποια άσχολοϋντο δέν περιλαμβάνονταν προσεπάθησαν νά δυσφημήσουν τ'όλο έργο. "Έτσι, νομίζω, μπορούμε νά αποδώσουμε πολλή από τήν έχθρότητα πού έκδηλώθηκε σέ βάρος τών Bourbaki σέ διάφορες έποχές καί πού είναι πολλή διαδεδομένη σέ ώρισμένες χώρες, στήν έξαιρετικά αϋστηρή έπιλογή τών θεμάτων πού περιελήφθησαν στά βιβλία τους.

Λοιπόν, πώς όμως καταλήξαμε στό τί είναι θεμελιώδες; . Στήν άναζήτηση αϋτοϋ τοϋ πράγματος, μάς ήλθε μιá νέα ιδέα : 'Η έννοια τής Μαθηματικής δομής. Δέν λέω ότι οί Bourbaki ήσαν οί πρώτοι πού εΐχαν αϋτή τήν ιδέα. Έξ άλλου είναι γνωστό πώς ότι περιέχεται στους Bourbaki δέν είναι πρωτότυπο. Οί Bourbaki δέν προσπαθοϋν νά ανακαινίσουν τά Μαθηματικά. "Ο,τι θεωρημα ύπάρχει στους Bourbaki έχει αποδειχθεϋ πριν από 2,20 ή 200 χρόνια. Έκείνο πού καναν οί Bourbaki ήταν ότι όρισαν μέ ακρίβεια καί γενύκευσαν ιδέες πού ήδη ήσαν λίγο πολύ γνωστές. Είναι γνωστό από τήν έποχή του Dedekind καί τοϋ Hilbert ότι ένα μεγάλο μέρος τών Μαθηματικών μπορεϋ ν'αναπτυχθεϋ μέ τή λογική ξεκινώντας από ένα μικρό άριθμό αξιωμάτων πού τά έχουμε διαλέξει προσεκτικά. Μέ άλλα λόγια αν έχουν δοθεϋ οί βάσεις τής θεωρίας υπό μορφή αξιωμάτων τότε είναι δυνατόν ν'αναπτυχθεϋ όλόκληρη ή θεωρία κατά πιο κατανοητό τρόπο απ'ότι θά ήταν άλλουως. Αϋτό τό πράγμα έδωσε τήν ιδέα τής Μαθηματικής δομής. Δέν χρειάζεται νά τονύσω ότι σήμερα πλέον ή έννοια τής δομής έχει ξεπεραστεϋ από τήν πιο περιεκτική καί πιο βολική έννοια της κατηγορίας καί τοϋ functor. Καί φυσικά είναι καθηκον τών Bourbaki, οί όποιοι όπως θά έξηγήσω άργότερα δέν φοβοϋνται τίς μεταρρυθμίσεις, νά συμπεριλάβουν στά βιβλία τους τίς χρήσιμες ιδέες τής νέας θεωρίας.

'Από τή στιγμή πού αϋτή ή ιδέα εΐχε ξεκαθαριστεϋ, έπρεπε νά αποφασίσουμε ποιές ήσαν οί πιο σημαντικές Μαθηματικές δομές. Φυσικά χρειάστηκαν πολλές συζητήσεις προτου καταλήξουμε

σέ συμφωνία πάνω σ'αυτό τό θέμα. Θά πρέπει νά τονίσω ότι οί Bourbaki δέν ισχυρίζονται ότι είναι αλάθητοι. Έχουν πέσει πολλές φορές έξω στό θέμα τής μελλοντικής εξέλιξεως τών Μαθηματικῶν δομῶν, καί ὅταν χρειάστηκε ἔκαναν ἔμπράκτως αὐτοκριτική ἀποσύροντας τήν ἀρχική ἰδέα τους. Οί διαδοχικές ἐκδόσεις τών βιβλίων τους δείχνουν σαφῶς αὐτές τῖς ἀλλαγές. Οί Bourbaki δέν προσπαθοῦν νά σταματήσουν τήν εξέλιξη των Μαθηματικῶν. Αὐτό θάταν τελεῶς ἀντίθετο πρὸς τόν ἀρχικό σκοπό τους.

Ἡ τάση αὐτή τών Bourbaki νά βλέπουν τά Μαθηματικά σάν κάτι διαρκῶς ἐν ἐξελίξει, ἀντιμετωπίσθηκε μέ ἐχθρότητα ἀπό Μαθηματικούς τών περασμένων γενεῶν. Στά βιβλία τών Bourbaki οί ἐκλογές τών ὀρισμῶν καί ἡ σειρά πού ἔμπαιναν τά διάφορα θέματα, καθορίζονταν ἀπό τήν λογική σειρά τών πραγμάτων. Ἐάν αὐτό ἦταν σέ διαφωνία μέ ὅτι γινόταν πρῶτον, τόσο τό χειρότερο γιά τό τί γινόταν πρῶτον. Νά σᾶς δώσω ἕνα παράδειγμα: Οί Bourbaki δέν χρησιμοποιοῦν τόν ὄρον $\mu\eta\text{-}\varphi\theta\acute{\iota}\nu\omicron\upsilon\sigma\alpha$ ὅταν μιλάνε γιά $\mu\acute{\alpha}\alpha\upsilon\acute{\xi}\omicron\upsilon\sigma\alpha$ συνάρτηση, διότι νομίζουν ότι ὁ ὄρος αὐτός δέν ἔχει νόημα. Εἶναι σαφές ὅτι ὁ ὄρος $\mu\eta\text{-}\varphi\theta\acute{\iota}\nu\omicron\upsilon\sigma\alpha$ σημαίνει αὐτό πού θέλου με νά σημαίνει μόνο ὅταν ἀναφερόμεθα σέ μιάν ὀλική διάταξη (total ordering). Ὁ ὄρος $\mu\eta\text{-}\varphi\theta\acute{\iota}\nu\omicron\upsilon\sigma\alpha$ ἀναφερόμενος σέ διάταξη πού δέν εἶναι ἐνδεχομένως ὀλική, μέ κανένα τρόπο δέν σημαίνει αὐξουσα ἀλλά ὄχι γνησίως αὐξουσα. Ἐτσι οί Bourbaki ἐγκατάλειψαν αὐτή τήν ὀρολογία, ὅπως κι ἄλλες. Ἐπίσης οί Bourbaki εἰσήγαγαν νέους ὄρους καμμιά φορά χρησιμοποιοῦσαν τά Ἑλληνικά ὅταν ἔκριναν ὅτι ἦταν ἀπαραίτητο, ἀλλά ἐπίσης καί πολλές λέξεις τής καθομιλουμένης γλώσσας, ἕνα πρᾶγμα πού δυσaráστησε τοὺς ὀπαδοὺς τής παραδόσεως. Αὐτοῦ δέν μποροῦν νά παραδεχθοῦν ότι αὐτό πού ὀνομάζουμε σήμερα σφαῖρα (boule)

ἡ παραλληλεπίπεδο (pave) κάποτε ὀνομαζόταν hypersphéroïde (ὕπερσφαιρά) καί paralletope (παραλληλεπίπεδο), καί ἡ τυπική ἄντιδραση τους ἦταν: "Τά βιβλία τῶν Bourbaki δέν πρέπει νά τὰ παίρνει κανείς στά σοβαρά". Τώρα τελευταία μάλιστα βγήκε κι' ἓνα βιβλίο πού πολύ μοῦ ἄρεσε. Ἔχει τίτλο "Τό γλωσσολογικό μπλέξιμο τῶν ἐπιστημῶν" καί γράφτηκε ἀπό τόν Etienne, ἓναν ἄγρυπνο φρουρό τῆς Γαλλικῆς γλώσσας. Μάχεται νά διατηρήσει τήν καθαρότητα τῆς γλώσσας, ἐναντίον τῶν ἀσυναρτησιῶν πού χρησιμοποιοῦν οἱ περισσότεροί ἐπιστήμονες. Εὐτυχῶς ἀναγνωρίζει ὅτι οἱ γάλλοι Μαθηματικοί ἀποτελοῦν ἐξαίρεση, τονίζοντας ὅτι χρησιμοποιοῦν ἀπλές λέξεις τῆς καθημερινῆς γλώσσας. Αὐτό εἶναι τό στυλ τό ὅποιο γράφονται οἱ Bourbaki. Μιά γλώσσα πού ἔχει νόημα, καί ὄχι ἓνα συνωστισμένο ἀπό μυστήριες λέξεις ἀνακατεμένες μέ ἓνα σωρό συντομεύσεις, ὅπως πολλά Ἀγγλο-Σαξωνικά βιβλία ὅπου διαβάζεις ὅτι ὁ C.F.T.C πού ἔχει σχέση μέ τόν A.L.V. ἐκτός ἂν εἶναι B.S.F. ἢ Z.D. κ.λ.π. Καί ἔτσι μετά ἀπό 10 σελίδες δέν ξέρεις γιατί μιλάμε. Νομίζουμε ὅτι τό μέλανι εἶναι ἀρκετά φθινό ὥστε νά μήν εἶναι μεγάλη δαπάνη τό νά γράφουμε τά πράγματα πλήρως μέ ἓνα καλό λεξιλόγιο.

Ὅπως σᾶς εἶπα καί πρὶν πάνω κάναμε μιὰ ἐπιλογή τῶν θεμάτων πού θά μπαίνανε στό βιβλίο. θά ἐξηγήσω πῶς ἔγινε αὐτό χρησιμοποιοῦντας μιὰ μεταφορά. Παρόλο πού εἰσαγάγαμε τήν ἔννοια τῆς δομῆς, ἡ ὁποία ὑποτίθεται ὅτι ταξινομεῖ τά Μαθηματικά κατὰ κλάδους, ἐντούτοις καταλάβαμε πολύ γρήγορα ὅτι τά Μαθηματικά δέν μποροῦν νά διαιρεθοῦν σέ μικρά κομμάτια. Ἐξ ἄλλου ἦταν σαφές ὅτι ἡ παλαιά διαίρεση τῶν Μαθηματικῶν σέ "Ἀλγεβρα Ἀριθμητική, Γεωμετρία καί Ἀνάλυση ἦταν ξεπερασμένη. Γι' αὐτό καί ἀγνοήσαμε αὐτή τήν διαίρεση εὐθύς ἐξ ἀρχῆς, πρᾶγμα πού ἐξόργισε πολύ κόσμο. Π.χ. εἶναι σαφές ὅτι ἡ Εὐκλείδεια γεωμετρία εἶναι εἰδική περίπτωση τῆς θεωρίας τῶν Ἑρμιτιανῶν τελεσῶν σέ χώρους Hilbert.

Κάτι ανάλογο ισχύει και για την θεωρία των άλγεβρικών καμπυλών και των αριθμών, οι οποίες ουσιαστικά προέρχονται από την ίδια δομή. Θα συγκρίνω την παλιά διαίρεση των Μαθηματικών με την παλαιότερη διαίρεση της Ζωολογίας, όπου οι παλαιότεροι Ζωολόγοι βλέποντας ένα δελφίνι ένα καρχαρία και ένα τόνο έλεγαν: Αλλά είναι ψάρια γιατί ζούνε στη θάλασσα και έχουνε περίπου τό ίδιο σχήμα. Πέρασε αρκετός καιρός πρώτον να γίνη σαφές ότι η δομή αυτών των ζώων δεν έμοιαζε καθόλου και ότι έπρεπε να ταξινομηθούν αλλιώς. Η διαίρεση "Άλγεβρα, Αριθμητική, Γεωμετρία κ.λ.π. είναι κάτι ανάλογο. Πρέπει κανείς να κοιτάξει την δομή κάθε θεωρίας και να την ταξινομήσει σύμφωνα μ' αυτό. Πλήν όμως παρόλες τς προσπάθειες να ξεχωρίσουμε τς διάφορες δομές αυτές κατάφερναν πάντα ν' ανακατεύονται πολύ γρήγορα και πολύ παραγωγικά. Μπορούμε να πούμε ότι οι μεγάλες ιδέες των Μαθηματικών δημιουργούνται εκεί που συναντώνται διαφορετικές δομές. Λοιπόν να πώς βλέπω τά Μαθηματικά σήμερα. Τά Μαθηματικά είναι σαν μιά μπάλλα από ανακατωμένο μαλί, που όλοι οι κλάδοι αλληλοεπιδρούν με τον πιο απόβλεπτο τρόπο. Και επί πλέον σ' αυτή την μπάλλα υπάρχουν ένα σωρό άκρες που δεν συνδέονται με τίποτα. Λοιπόν η μέθοδος των Bourbaki είναι άπλη: κόψαμε τς άκρες. Τί σημαίνει αυτό "Άς δούμε τς απομένει. Οι πολύ κλασσικές δομές (φυσικά δεν έννοω τή θεωρία των συνόλων), γραμμική και πλειογραμμική άλγεβρα, λύγη γενική τοπολογία, (όσο τό δυνατόν λιγώτερη) λύγη γραμμικού τοπολογικού χώρου (όσο τό δυνατόν λιγώτεροι) όμοιολογική άλγεβρα, αντιμεταθετική άλγεβρα, μη αντιμεταθετική άλγεβρα, ομάδες του Lie, θεωρία ολοκληρώσεως, διαφορικές πολλαπλότητες, Ρέιμάννιους Γεωμετρία, διαφορική τοπολογία, αρμονική ανάλυση και τς προεκτάσεις της, συνήθης και μερικές διαφορικές εξισώσεις, ανακαταστάσεις ομάδων, και αναλυτική γε-

ωμετρία με την εύρετα έννοια, (φυσικά χρησιμοποιώ τον όρο "αναλυτική γεωμετρία" με την έννοια που τον δίνει ο Serre που είναι και η μόνη υποφερτή έννοια. Είναι απαράδεκτο να χρησιμοποιείται ο όρος "αναλυτική γεωμετρία" για να περιγράψει γραμμική άλγεβρα με συντεταγμένες, ή όποια ακόμα δυστυχώς ονομάζεται στα στοιχειώδη βιβλία αναλυτική γεωμετρία. 'Αναλυτική γεωμετρία μ'αυτή την έννοια δεν υπήρξε ποτέ. 'Απλώς υπάρχουν μερικοί που επιμένουν να μελετάνε την γραμμική άλγεβρα χρησιμοποιώντας συντεταγμένες, και αυτό το ονομάζουν αναλυτική γεωμετρία. "Ας τους να λένε! "Όλοι ξέρουνε ότι αναλυτική γεωμετρία είναι η θεωρία των αναλυτικών χώρων, μιά από τις βαθύτερες και δυσκολότερες θεωρίες των Μαθηματικών). Περιλάβαμε επίσης την δίδυμη αδελφή της την 'Αλγεβρική γεωμετρία, και τέλος περιλάβαμε και την άλγεβρική αριθμοθεωρία.

"Ήδη όλα αυτά κάνουν έναν μεγάλο κατάλογο. "Ας δοῦμε τί αφήσαμε έξω. 'Αφήσαμε έξω την θεωρία των πληθικῶν και διατακτικῶν (ordinal) ἀριθμῶν, την καθολική άλγεβρα (ἀσφαλῶς ξέρετε περί τίνος πρόκειται), τους συνδέσμους, την μη-προσεταιριστική άλγεβρα, τό μεγαλύτερο μέρος τῆς γενικῆς τοπολογίας, τό μεγαλύτερο μέρος τῶν γραμμικῶν τοπολογικῶν χώρων τό μεγαλύτερο μέρος τῆς θεωρίας τῶν ομάδων (κυρίως τῆς πεπερασμένες ομάδες), τό μεγαλύτερο μέρος τῆς θεωρίας τῶν ἀριθμῶν (τὴν αναλυτικὴ ἀριθμοθεωρία κ.λ.π.), τῆς διάφορες μεθόδους ἀθροίσεως σειρῶν, και ὅλα ἐκεῖνα που ἀποτελοῦν τὴν κλασσικὴ ἀνάλυση, δηλ. τριγωνομετρικὲς σειρές, σειρές πολυωνύμων, θεωρία προσεγγίσεων κ.λ.π. και τέλος φυσικά ἀφήσαμε έξω ὅλα τὰ ἐφηρμοσμένα μαθηματικά.

Θάθελα να δώσω μερικὲς ἐξηγήσεις για ὅλα αὐτά. Με κανένα τρόπο δεν πρέπει να νομίζετε, ὅτι οἱ Bourbaki διαλέγον-

τας τούς Μαθηματικούς κλάδους πού διάλεξαν γιά νά περιλάβουν στά βιβλία τους, θεωροῦν ὅτι οἱ κλάδοι αὐτοῦ εἶναι οἱ σημαντικώτεροι, ὄχι, δέν εἶναι καθόλου ἔτσι τά πράγματα. Π.χ. ἐγώ εἶμαι τελείως πεπεισμένος ὅτι ἡ θεωρία τῶν πεπερασμένων ομάδων εἶναι ἕνας ἀπό τούς βαθύτερους καί δυσκολώτερους καί πλουσιώτερους σέ Μαθηματικά συμπεράσματα κλάδους, ἐνῶ ἀπό τήν ἄλλη μεριά θεωρίες ὅπως ἡ μή-ἀντιμεταθετική ἄλγεβρα εἶναι μετρίως δυσκολίας. Ἄν προσπαθοῦσα νά κάνω μιá ἐκτίμηση τῆς ἀξίας τῶν διαφόρων Μαθηματικῶν κλάδων θάλεγα ὅτι τά Μαθηματικά πού ἀπαιτοῦν τήν μεγαλύτερη πρωτοτυπία σκέψεως δέν περιλαμβάνονται στά βιβλία τῶν Bourbaki.

Δέν προσπαθῶ αὐτή τή στιγμή νά ταξινομήσω τά Μαθηματικά σέ καλά καί κακά. Ἄπλως ἐκεῖνο πού λέω εἶναι ὅτι ἂν θελήση κανείς νά περιγράψει τά μοντέρνα Μαθηματικά κατά τόν τρόπο πού οἱ Bourbaki προσπαθοῦν νά περιγράψουν, δηλαδή ὅτι τά μαθηματικά ἀποτελοῦνται ἀπό ἕνα σύνολο κεντρικῶν ἰδεῶν ἀπό τίς ὁποῦτες ἐκπηγάζουν ὅλα τά ἄλλα, τότε εἶναι ὑποχρεωμένος νά ἀφήσῃ ἔξω ἀρκετούς κλάδους. Παραδείγματος χάριν σχετικά μέ τήν θεωρία τῶν ομάδων, παρά τά βαθειά καί ἐντυπωσιακά θεωρήματα πού ἔχουν ἀποδειχθεῖ, μέχρι σήμερα τουλάχιστον ἐν τούτοις δέν μπορούμε νά ποῦμε ὅτι ἔχει ἀναπτυχθεῖ μιá γενική μεθοδολογία. Ἐκεῖνο πού ἔχουμε εἶναι πολλά εἰδικά τεχνάσματα. Τέτοιοι μαθηματικοί κλάδοι δέν μποροῦν νά περιληφθοῦν στούς Bourbaki. Οἱ Bourbaki θά περιλάβουν στά βιβλία τους μαθηματικές θεωρίες πού ἀποτελοῦν ἕνα ἁρμονικό σύνολο ἰδεῶν, ὅπου οἱ μέθοδοι ἀπορρέουν μέ φυσικότητα ἀπό τά ἀξιώματα ὅπου δέν ὑπάρχει χῶρος γιά μανοῦβρες, εἰδικά κόλπα.

Λοιπόν ἐπαναλαμβάνω, οἱ Bourbaki θά περιλάβουν θεωρίες, τῶν ὁποίων τά θεμέλια τουλάχιστον, ἔχουν ὀλοκληρωθεῖ. Αὐτές

οί θεωρίες μπορούν να περιγράψουν κατά έναν αρμονικά λογικό τρόπο. Ένω ή θεωρία τῶν ομάδων (καί ακόμα περισσότερο ή αναλυτική αριθμοθεωρία) είναι ένα σύνολο από ειδικές ιδέες καί τεχνάσματα, τό ένα πιο έντυπωσιακό από τό άλλο, καί αυτό είναι κάτι τελείως αντι-Bourbaki.---

Έπαναλαμβάνω, μέ κανένα τρόπο δέν πρέπει να νομισθεῖ ὅτι περιφρονοῦμε τίς θεωρίες αυτές. Τουναντίον ή αξία ενός μαθηματικοῦ φαίνεται στό τί νέα πράγματα μπορεῖ ν'ανακαλύψει, ακόμα καί νέα τεχνάσματα. Έξ ἄλλου είναι γνωστό ὅτι κάτι πού τήν πρώτη φορά είναι ειδικό τέχνασμα, τήν τρίτη φορά είναι μέθοδος. Έγώ νομίζω ὅτι μεγαλύτερη αξία ἔχει κάποιος πού ἐφευρίσκει ειδικά τεχνάσματα, παρά κάποιος πού μετά από 3 ἢ 4 ἐφαρμογές διαπιστώνει ὅτι τό τέχνασμα μπορεῖ να γύνει μέθοδος. Ὁ στόχος τῶν Bourbaki είναι να συγκεντρώσουν ἐκεῖνες τίς μαθηματικές μεθόδους, πού μποροῦν να ἀποτελέσουν ένα ὀλοκληρωμένο αρμονικό σύστημα ιδεῶν.

Ὁ τρόπος ἐργασίας τῶν Bourbaki ἀπαιτοῦσε μεγάλη δαπάνη χρόνου, ἦταν τρομερά κοπιαστικός, ἀλλά σχεδόν ἐπεβάλλετο ἀπό τήν φύση τοῦ σκοποῦ τους. Εἴχαμε συναντήσεις δύο ἢ τρεῖς φορές για να ἀποφασίσουμε πιο κεφάλαιο καί ποῖον κλάδον θά γράψουμε καί ἀναθέταμε σ'έναν ἀπό μᾶς να τό γράψει. Αὐτός, λοιπόν γράφει τό κεφάλαιο αὐτό, λίγο - πολύ θέλει περιλαμβάνοντας ἢ ἀφαιρώντας ὅτι θέλει. Μετά ἀπό 1-2 χρόνια περὶ - που, φέρνει αὐτά πού ἔχει γράψει στό ἐπόμενο συνέδριο τῶν Bourbaki, καί τά διαβάζει λέξη-πρός-λέξη παρουσία ὄλων. Οἱ ἄλλοι ἀσκοῦν κριτική χωρίς ἔλεος σέ κάθε λεπτομέρεια, κάθε ἀπόδειξη σημεῖο πρὸς σημεῖο. Πρέπει κανείς να παρακολουθήσει ἕνα συνέδριο τῶν Bourbaki για να μπορέσει να σχηματίσει μιὰ ιδέα τοῦ τί ὑφίσταται ὁ δῦστυχος αὐτός. Τό τί ἀκούει δέν περιγράφεται μέ λόγια, καί είναι ἀπειρώς χειρότερα ἀπό τίς

κριτικές που έχουν υποστεί οι Βουρβακί από άλλους μαθηματικούς. Δεν υπάρχει σεβασμός λόγω ηλικίας. Οι ηλικίες των μελών μας ποικίλλουν (πάρα κάτω θα σάς πω πού είναι το ανώτατο όριο ηλικίας που έχουμε), αλλά και σε περιπτώσεις που υπάρχει διαφορά ηλικίας 20 ετών αυτό δεν είναι εμπόδιο για τον νεότερο να χλευάσει τον πιο ηλικιωμένο. Καθένας πρέπει να το καταλάβει αυτό και να το δέχεται με ένα χαμόγελο. Δεν υπάρχουν "αύθεντίες" σε ένα συνέδριο των Βουρβακί. Και στο τέλος, παρά τον μεγάλο καυγά, έπέρχεται συμφωνία.

Ξένοι Μαθηματικοί που έχουν προσκληθεί σαν παρατηρητές σε συνέδρια των Βουρβακί, είχαν την εντύπωση ότι πρόκειται περί συγκεντρώσεως τρελλών. Δεν μπορούν να πιστέψουν ότι από όλο αυτό το πανδαιμόνιο που βλέπουν (καμμιά φορά 3 ή 4 οί άνθρωποι να φωνάζουν μαζί) είναι δυνατόν να βγούν μαθηματικά της προκοπής. Όμως, μυστηριωδώς στο τέλος όλα ήσυχάζουν. Και αφού λοιπόν το πρώτο χειρόγραφο έχει υποστεί συντριπτική κριτική, αναθέτουμε σε κάποιον άλλον να ξαναγράψει το ίδιο κεφάλαιο βασιζόμενος σε ότι βγήκε από τη συζήτηση. Πλήν όμως οι ιδέες του Συνεδρίου θάχουν αλλάξει μέσα σ'ένα χρόνο, και έτσι είναι σίγουρο ότι και το νέον κείμενο θα βγει άχρηστο. Τότε κάποιος τρίτος θα αναλάβει να ξαναγράψει το κείμενο κ.λ.π. κ.λ.π.

Τελικά αφού ακούσουμε το ίδιο κεφάλαιο έξη, επτά ή δέκα φορές, το έχουμε τόσο βαρεθεί πιά, ώστε παμφηφεί αποφασίζουμε να το στείλουμε για έκτύπωση. Αυτό δεν σημαίνει αναγκαίως ότι το κείμενο είναι τέλειο. Παρ'όλη τη μεγάλη προσοχή που δίνουμε στην όλη υπόθεση, πολύ συχνά διαπιστώνουμε ότι έσφάλαμε. Όταν συμβαίνει αυτό, κάνουμε νέες εκδόσεις. Άλλά χωρίς άμβολία ή μεγάλη δυσκολία έγκειται στο να βγει ή πρώτη έκδοση.

Από τη στιγμή που αρχίζουμε να πρωτοσυζητάμε ένα βιβλίο μέχρις ότου πάει στον τυπογράφο, κατά μέσον όρο περνάνε 10-12 χρόνια. Τα βιβλία που εκδίδονται τώρα αρχίσαμε να τα συζητάμε

γύρω στο 1955.

Σας είπα νωρίτερα ότι έχουμε ένα όριο ηλικίας για τα μέλη μας. Πολύ γρήγορα καταλάβαμε ότι ένα Μαθηματικός που έχει περάσει τό 50, είναι μέν δυνατόν να παράγει αξιόλογα Μαθηματικά, όμως είναι πολύ άπίθανο να μπορεί να συλλάβη τις νέες ιδέες. Οί Bourbaki δέν έχουν σκοπό να σταματήσουν την εξέλιξη των Μαθηματικών. "Αν τά Μαθηματικά τά όποια γράφανε οί Bourbaki δέν συμβαδίζουν πλέον μέ τις νέες εξελίξεις, τότε πρέπει να ξαναγραφτούν. Αυτό έχει γίνει ήδη μέ πολλούς τόμους των Bourbaki. "Αν οί Bourbaki είχαν την έντύπωση ότι τά Μαθηματικά που μαθανόταν ήσαν νέοι είναι μιά χαρά και δέν υπάρχει λόγος ν' αλλάξουν, και έτσι θα βάζουν φρένο στην εξέλιξη των ιδεών, αυτό θατανε καταστροφή. "Ετσι για ν' αποφύγου με τέτοια προβλήματα αποφασίσαμε να βάλουμε όριο ηλικίας: "Όταν ένας Bourbaki γίνεται 50 χρόνων, φεύγει.

"Ετσι, σήμερα όλα τά μέλη των Bourbaki είναι κάτω από 50 ετών. Φυσικά τά ιδρυτικά μέλη έχουν φύγει έδω και καμμιά δεκαριά χρόνια. Κατά τ' άλλα δέν υπάρχει κανένας έσωτερικός κανονισμός στους Bourbaki παρά μόνο ότι τό όριο ηλικίας είναι 50 χρόνων. Σέ όλα τ' άλλα θέματα πρέπει να υπάρχει όμοφωνάγια ν' αποφασισθεϊ κάτι, και κάθε μέλος μπορεί να διατυπώσει veto σ' ότιδήποτε.

"Ενα από τά θέματά που μās απασχολούν, είναι ή στρατολόγηση νέων μελών προς άντικατάσταση των παλαιών που φεύγουν. Οί περισσότεροι από τους Bourbaki είναι Καθηγητές Πανεπιστημίων, (κυρίως στο Παρίσι), και έτσι έχουν δυνατότητα να γνωρίσουν πολλούς νέους Μαθηματικούς που βρίσκονται στην αρχή της καριέρας τους. "Όταν έπισημαίνουν κάποιον που δείχνει ιδιαίτερο ταλέντο, τον προσκαλούν δοκιμαστικά σ' ένα από τά συνέδρια των Bourbaki. "Όπως σ' ένα πειρατόζωο κάνουμε ενέσεις μικροβίων και μελετάμε τις αντιδράσεις, έτσι και έδω ο νέος

Μαθηματικός υφίσταται τὴν ὁμοβροντίαν τῶν συζητήσεων τοῦ συνεδρίου. Γιὰ νὰ γίνῃ δεκτὸς θὰ πρέπει ὄχι μόνο νὰ καταλαβαίνει τί γίνεται, ἀλλὰ καὶ νὰ συμμετέχει. Ἄν παραμείνῃ σιωπηλός, τότε δὲν θὰ τὸν ξανακαλέσουμε.

Γιὰ νὰ γίνῃ ἓνας μέλος τῶν Bourbaki πρέπει νὰ ἔχει καὶ ἓνα ὀρισμένο χαρακτηριστικὸ πού θὰ σᾶς πῶ τώρα πρὸς κάτω. Ἄν δὲν τὸ ἔχει, τότε δὲν θὰ γίνῃ Bourbaki ἔστω καὶ ἂν εἴναι διάσημος καὶ ἐξαιρετικὸς Μαθηματικός. Σ' ἓνα συνέδριο Bourbaki ἔρχονται πρὸς συζήτηση ἓνα σωρὸ θέματα, π.χ. διαφορική τοπολογία, ἀντιμεταθετική ἀλγεβρα κλπ. Ὅλα τὰ μέλη ὀφείλουν νὰ συμμετέχουν σὲ ὅλα. Ἄν κάποιος εἴναι φανατικὸς ἀλγεβριστής, καὶ λέει π.χ. ὅτι "ἐγὼ ἐνδιαφέρομαι γιὰ τὴν ἀλγεβρα καὶ τίποτα ἄλλο", εἴναι δικαίωμα του, ἀλλὰ δὲν θὰ γίνῃ ποτέ μέλος τῶν Bourbaki. Ἐνας Bourbaki πρέπει νὰ δείχνει ἐνδιαφέρον γιὰ ὅλα τὰ Μαθηματικά. Φυσικὰ δὲν θέλω νὰ πῶ ὅτι ἓνας μέλος τῶν Bourbaki πρέπει νὰ εἴναι σὲ θέση νὰ κάνει πρωτότυπη ἔρευνα σὲ ὅλους τοὺς Μαθηματικούς κλάδους. Αὐτὸ μόνο ἐλάχιστες ἰδιοφυεῖς μποροῦν νὰ τὸ κάνουν. Ὅμως θὰ πρέπει νὰ δείχνει ἐνδιαφέρον γιὰ ὅλα τὰ Μαθηματικά, καὶ νὰ εἴναι σὲ θέση νὰ γράφει ἓνα ἀπὸ τὰ κεφάλαια ἑνὸς κλάδου ἔξω ἀπὸ τὴν εἰδικότητα του.

Ὅλοι οἱ Bourbaki χρειάστηκε νὰ τὸ κάνουμε αὐτὸ κατὰ καιροὺς, καὶ οἱ περισσότεροί μας νομίζουμε ὅτι ἦταν πολὺ ὠφέλιμη ἐμπειρία.

Θὰ σᾶς πῶ πᾶν πᾶν ἦταν ἡ προσωπικὴ μου ἐμπειρία πάνω στὸ θέμα αὐτό. Νομίζω ὅτι ἂν δὲν εἴχα ἀναγκασθεῖ (λόγω τῆς συμμετοχῆς μου στοὺς Bourbaki) νὰ γράφω βιβλία, πάνω σὲ θέματα γιὰ τὰ ὁποῖα δὲν εἴχα τὴν παραμικρὴ ἰδέαν, τότε δὲν θὰ εἴχα παραγάγει οὔτε τὸ ἓνα δέκατο τῶν Μαθηματικῶν πού παρήγαγα. Ὅταν κάποιος ἀναγκάζεται νὰ γράφει μιὰ πραγματεία πάνω σ' ἓνα θέμα, γύρω ἀπὸ τὸ ὁποῖο δὲν ξέρεῖ τίποτα, τότε αὐτὸς ὁ κά-

ποιος θά θέσει έρωτήματα στόν έαυτό του καί θά προσπαθήσει νά τά λύσει καί αυτό όδηγεῖ στήν έπιστημονική έρευνα. Γενικά νομίζω ότι εἶναι ένα καλό σύστημα. Ὑπάρχουν έξαιρετικά μυαλά πού δέν μποροῦν νά προσαρμοσθοῦν σ'αυτοῦ τοῦ εἴδους τήν ύποχρέωση, Μαθηματικοί πού μπορεῖ νά εἶναι πρώτης γραμμῆς στόν κλάδο τους αλλά δέν ἔχουν καμμιά όρεξη ν'άκουσουν γιά ἄλλους κλάδους. Ὅλοι αὐτοί, '(οἱ όποιοι κάλλιστα μπορεῖ νά εἶναι καλλίτεροι από τούς περισσότερους Bourbaki) δέν θά γίνουν ποτέ Bourbaki.

Ἀλλά ἄς ξαναγυρίσουμε στόν νέο Μαθηματικό τόν όποιον δοκιμαστικά καλέσαμε νά παρακολουθήσει ένα συνέδριο τῶν Bourbaki. Προσέχουμε νά δοῦμε ἄν ἔχει αὐτή τήν ικανότητα προσαρμογῆς. Ἄν δέν τήν ἔχει, τοῦ λέμε "ἄντίο", καί συνεχίζει τό δρόμο του. Εὐτυχῶς, πού καί πού βρίσκονται νέοι Μαθηματικοί πού ἔχουν όρεξη νά ἀποκτήσουν μιᾶ καθολική γνώση τῶν μαθηματικῶν. Ἄν ὁ νέος μαθηματικός μας δείξει ότι μπορεῖ νά προσφέρει στήν ὄλη ὑπόθεση, γίνεται μέλος πάλυ αὐτομάτως. Χωρίς έκλογές, ψηφοφορίες καί τύπους αὐτοῦ τοῦ εἴδους.

Τελειώνοντας θά ἤθελα νά ἀπαντήσω, σέ μιᾶ ἐπίθεση πού ἔγινε τώρα τελευταία ἐναντίον τῶν Bourbaki από νεαρούς Μαθηματικούς μιᾶς ὀρισμένης χώρας. Κατηγορήθησαν οἱ Bourbaki ότι εὐνουχίζουν τήν Μαθηματική έρευνα. Ὁμολογῶ, ότι δέν μπορῶ νά καταλάβω πού στηρίζεται αὐτή ἡ κατηγορία. Διότι οἱ Bourbaki δέν ἰσχυρίζονται ότι τό έργο τους γράφτηκε μέ σκοπό νά δώσει κίνητρα γιά έρευνα, Ὅπως εἶπα πρὶν, ό,τι φράφτηκε από τούς Bourbaki εἶναι νεκρή θεωρία (φυσικά όταν λέω νεκρή ἐννοῶ ὅπως φαίνονται τά πράγματα τώρα. Ἐξυπακούεται ότι κάτι πού φαίνεται σήμερα νεκρό δέν ἀποκλείεται, νά νεκραναστηθεῖ από ἀπρόβλεπτες ἐξελεύσεις τῆς ἐπιστήμης).

Δηλαδή θεωρίες στίς όποιες ἀφ'ένός μὲν δέν ἔγινε καμμιά νέα σημαντική ἀνακάλυψη. τά τελευταία 10, 20, 50 χρόνια, ἀφ'

έτέρου έχουν χρησιμότητα για τήν έρευνα σέ άλλους τομείς.

"Αλλά οί ίδιες δέν αποτελοῦν κίνητρο για έρευνα. Οί Bourbaki ένδιαφέρονται νά εἶναι χρήσιμοι σέ κάποιον πού θέλει νά μάθει τά βασικά στοιχεῖα μιᾶς θεωρίας. Π.χ. ἄν κάποιος θέλει νά κάνει έρευνα στους διανυσματικούς τοπολογικούς χώρους, τότε πρέπει νά μάθει τό θεώρημα τοῦ Hahn-Banach τό θεώρημα τῶν Banach - Steinhauσ καί τό θεώρημα τοῦ κλειστοῦ διαγράμματος (closed graph). Συνεπῶς θά πρέπει νά τά βρεῖ κάπου γραμμένα για νά τά διαβάσει. Δέν εἶναι σκοπός τῶν Bourbaki νά βελτιώσουν τά θεωρήματα αὐτά. Ἄπλως, εἶναι χρησιμώτατο θεώρημα, (καί αὐτό εἶναι τό οὐσιώδες), γι' αὐτό περιέχονται στά βιβλία τῶν Bourbaki.

Συνεπῶς, ὁ στόχος τῶν Bourbaki εἶναι νά δώσουν ἐργαλεῖα, καί ὄχι νέα ἀνοιχτά μαθηματικά προβλήματα πού θά ὀδηγήσουν στήν έρευνα. Διότι τό σημεῖο πού ἀρχίζει ἡ έρευνα εἶναι πολύ μακρύτερα ἀπό κεῖ πού μποροῦν νά φθάσουν οί Bourbaki. Ἡ ἐπιστημονική έρευνα, εἶναι κάτι τό ζωντανό, καί οί Bourbaki ἀσχολοῦνται μόνο μέ νεκρά πράγματα.

Μέ αὐτό θά τελειώσω τήν ὀμιλία μου.